

特约专栏

声学多层结构介质的研究进展

程 营, 刘晓峻

(南京大学声学研究所 近代声学教育部重点实验室, 江苏 南京 210093)

摘 要: 首先回顾了声学多层结构介质的研究历史, 在此基础上简要介绍了近几年在声学多层结构介质特异声传输调控和原型声学功能器件方面的一些工作进展。从声学的角度, 系统介绍了多层结构介质的有效介质理论, 系统声学参数的各向异性近似, 在声波隐身斗篷中的应用。通过严格散射理论推导和有限元数值模拟研究了声斗篷系统的近场声压分布和远场散射强度, 发现该设计可在低频较宽的频带范围内显著降低被遮蔽区域的声散射截面; 在此频率区间内, 声信号散射截面随着频率的提高而增加, 其截止频率由薄层厚度决定。最后对该领域的研究作了若干展望。

关键词: 声学多层结构介质; 声散射; 声隐身斗篷

中图分类号: O42 **文献标识码:** A **文章编号:** 1674-3962(2011)10-0022-08

Progress in Study of Acoustic Multilayered Medium

CHENG Ying, LIU Xiaojun

(Institute of Acoustics and Key Laboratory of Modern Acoustics of MOE, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

Abstract: The history of acoustic multilayered medium was reviewed at first. Then progress of the investigation on sound wave manipulation and functional-device prototype based on acoustic multilayered medium were presented. In the view point of acoustics, the effective-medium theory, anisotropic effective parameter approximation, and the application in acoustic cloaking device were summarized and introduced. We use the rigorous scattering theory and finite-element simulations to investigate the pressure field distribution and far-field scattering pattern. We find that the proposal works efficiently in a wide bandwidth in which the cloaking efficiency decreases with increasing frequency. The working frequency of the cloak depends on the thickness of the layered medium. Finally, some outlook on the potential research directions was discussed.

Key words: acoustic multilayered medium; sound scattering; acoustic cloaking

1 前 言

声学多层结构介质是由2种(或2种以上)声学性质迥然不同的薄层材料交替堆叠而成的复合材料, 具有如下3个重要特征: ①各层之间声学性质(质量密度与弹性模量)的变化非常显著; ②各分层材料界面之间相互平行, 且分层材料在层与层之间交界面处的声压与质点法向速度连续, 不发生相对位移; ③各层介质自身都均匀各向同性, 各层的厚度和弹性性质随机变化或者按照某一规律变化^[1-2]。由于多层结构介质本身是非均匀的, 因此分别考虑所有薄层各自的性质来求解实际问题较为困难^[3]。在研究中实际有效的方法是引入有效介质

近似理论(Effective Medium Approximation, EMA), 构造等效的均匀连续介质, 使该均匀连续介质的声传输性能与多层结构介质相同。相关研究工作最早集中在岩土层状材料的复合弹性力学性质研究方面^[4]。

研制能够自由控制声传输的功能材料一直是声学工作者的梦想。迄今, 各类声波功能材料都是以自然材料声学性质为基础进行了改进与提高。然而自然材料的声学性质受自身分子(原子)结构与该尺度层次上组织方式的限定, 其可发掘利用的潜力空间正随着制备技术水平的提升而逐渐趋于极限。同时, 声完美透镜、声隐身斗篷等新型声学器件的研究在国际上正得到极大的关注。但是, 这些基于变换声学理论的新器件需要自然材料无法满足的超常声学特性。因此, 自然材料本身常规声学性质的局限已成为制约新型声学器件发展与应用的瓶颈。

近十余年来, 在天然晶体电子能带理论的启发下, 人们对经典波在复合人工材料中的传输特性进行了深入

收稿日期: 2011-06-01

基金项目: 国家重大科学研究计划项目(2012CB921504), 国家自然科学基金项目(11074124, 11104319, 10904052), 江苏省自然科学基金项目(BK2011542)

通信作者: 刘晓峻, 男, 1964年生, 教授, 博士生导师

的研究,取得长足进展,相继出现了基于 Bragg 散射和局域共振的新型超构材料^[5-18]。与此同时,声学多层结构介质这一经典人工材料研究的内涵愈加丰富,应用日益拓展。对声学多层结构介质的研究已成为材料学、声学、功能器件设计等学科的交汇点,有重要的学术意义和应用价值。

在目标声隐身、声屏蔽、地震波隔离等具有重要应用前景的同时,声斗篷是当前最受关注的一类声学功能器件。我们将传统的声学分层介质拓展到新型声斗篷的研究中,为声斗篷的实现提供了一种相对简单的途径,获得了国内外同行的认可和关注^[19-29]。Chen 等在保持外边界声阻抗匹配的前提下提出了一种弱化的声斗篷设计,在有效减少声散射的同时降低了对介质声学参数的要求^[19]。Torrent 等发现在进一步降低各分层厚度的同时仍可以保持优异的声隐身效果,这对用薄层介质实现低频声隐身至关重要^[30],相关进展被 BBC 等媒体广泛报道。最近,Farhat 进一步将多层结构设计思想拓展到准弹性斗篷研究中去,设计出一种宽频带薄板声斗篷^[23]。在随后的研究中,我们发现该设计对特定频率的声波具有共振散射增强等有趣的现象^[31-32]。

本文拟对声学多层结构介质的一些研究进展作一简单介绍。研究显示,通过对薄层微结构和声学参数的特殊设计,可以获得自然材料所不具备的声传输性能,在声波隐身斗篷,亚波长分辨率声成像等新型声学功能器件方面获得应用。

2 声学多层结构材料的有效介质理论

首先简要介绍柱状声波多层结构介质,如图 1 所示。该体系与交替金属和介电体薄层所构成的电磁超介质极为相似^[33-34]。假定 A 层中的填充介质可由均匀各向同性质量密度 ρ_A 和体模量 κ_A 所描述,同样 B 层填充介质由 ρ_B 和 κ_B 所描述。当各薄层的厚度远小于入射声波的波长时,根据声学有效介质理论,这一精细结构体系可以近似为一种等效的各向异性材料。均匀化的等效质量密度张量和体模量表示为^[35]:

$$\rho_r = \frac{\rho_A + \eta \rho_B}{1 + \eta}, \quad \frac{1}{\rho_\theta} = \frac{1}{1 + \eta} \left(\frac{1}{\rho_A} + \frac{\eta}{\rho_B} \right)$$

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{1}{1 + \eta} \left(\frac{1}{\kappa_A} + \frac{\eta}{\kappa_B} \right) \quad (1)$$

其中 $\eta (= d_B/d_A)$ 为 B 层厚度和 A 层厚度的比值; ρ_r 是等效各向异性密度张量的径向分量(与表面垂直),而 ρ_θ 为切向分量(与表面相切); κ 是等效体模量。这样,我们可以通过为 A, B 层选择合适的参数,和/或改变厚度比率 η 来自由调节这一结构介质的有效声学参数。

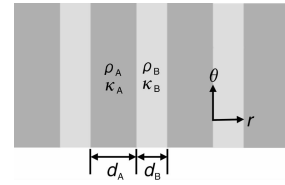


图 1 柱坐标系下的声波多层结构介质

Fig. 1 Acoustic multilayered medium in cylindrical coordinate system

3 多层结构材料在声隐身斗篷中的应用

3.1 声隐身斗篷的工作原理

传统声隐身技术利用吸声材料吸收耗散探测波来减少散射,以降低目标被发现的概率。但是,吸声隐身只能抑制目标在特定方向上的声信号,而目标对入射声场的固有扰动会产生无法消除的反射和声影,进而导致其被各种主/被动探测设备所发现。同时,吸声材料有效吸收低频声波需要在实际应用中无法接受的介质厚度,所以低频声隐身在传统的声学理论上是难以实现的,有必要探索能够有效抑制低频声散射信号的新技术^[36]。

基于空间变换理论的电磁隐身斗篷可大幅降低目标的电磁散射信号,是实现电磁隐身的一种新途径。国际上,相关研究正得到极大的关注^[37-42],并迅速拓展到声隐身设计中^[23, 43-46]。这种新型声隐身斗篷能够偏转声波。通常声波在遇到目标后会反射回来,但是在遇到声隐身斗篷后声波会发生偏转,特殊设计的介质和结构会引导声波弯曲并绕开被隐身斗篷掩蔽的物体,并在离开隐身斗篷后立即恢复为原来的传播方向。从外部空间看,在物体上覆盖声隐身斗篷后,声波就像能够直接“穿透”该物体一样按照原路线进行传播,而原先存在的物体好像根本不存在似的。因此,理想情况下声隐身斗篷和被它掩蔽的物体对探测声波无散射无扰动,不产生反射和声影,也就可以规避任何主/被动方法的探测,从而实现真正意义上的完全隐身。同时,外界声波不能到达隐身斗篷内部,也就是说声隐身斗篷还可以通过隔绝外界噪音来营造极为安静的环境。由于具有上述独特性质,声隐身斗篷存在广泛的潜在用途,如使潜艇规避敌方主动声纳的探测、使人们享受没有噪声的安静环境等等。

但是,根据空间变换理论,声波在声隐身斗篷中以不同方向和速度传播,所以构成声隐身斗篷的特殊介质需具备复杂的连续变化正交各向异性密度分量。由于目前尚未发现具备这种性质的天然材料,因此实现起来具有相当的难度。研究能够符合要求的人工微结构声学超构材料是当前亟待解决的、富有挑战性的课题。

3.2 柱状多层结构声斗篷的设计

将均匀各向同性材料构成的多层结构介质应用到声斗篷的设计中。这种方法的优点在于避免使用构造复杂、难以设计加工的微结构共振单元,从而更有可能在实际中被制作出来^[30, 47]。

图2所示为多层结构声斗篷的设计过程,分2步进行。首先,将声学性质连续变化的理想各向异性壳(上图)离散为 N 层阶梯结构(中图)^[38],离散后各层的均匀各向异性质量密度张量和体模量分别:

$$\frac{\rho_r}{\rho_0} = \frac{r_i}{r_i - a}, \quad \frac{\rho_\theta}{\rho_0} = \frac{r_i - a}{r_i}, \quad \frac{\kappa_0}{\kappa} = \left(\frac{b}{b - a} \right)^2 \frac{r_i - a}{r_i} \quad (2)$$

其中 $r_i = a + (2i - 1)(b - a)/2N$, $i = 1, 2, 3, \dots, N$; a 和 b 分别是隐身斗篷的内径和外径。故而在第一步中去除不均匀性。

然后,将各均匀各向异性层分别用由相邻的2个均匀各向同性材料A和B交替构成的薄层结构所近似(下图)。A和B的密度由式(1)和(2)精确设计成近似相应的各向异性层。当 $\eta = 1$ 时,其表达式为:

$$\rho_A/\rho_0 = r_i/(r_i - a) + \sqrt{[r_i/(r_i - a)]^2 - 1} \quad (3)$$

$$\rho_B/\rho_0 = r_i/(r_i - a) - \sqrt{[r_i/(r_i - a)]^2 - 1} \quad (4)$$

为简单起见, A层和B层的体模量分别等于相应各向异性层的体模量:

$$\kappa_0/\kappa = [b/(b - a)]^2 (r_i - a)/r_i. \quad (5)$$

需特别注意的是,只有当每个薄层的厚度相对于入射声波波长均足够小的时候,整个多层结构才可以被看作具有等效密度张量的声波超构介质。这样在第二步中去除各向异性。至此,不均匀各向异性声斗篷即可近似用 $2N$ 层离散的均匀各向同性材料来实现。

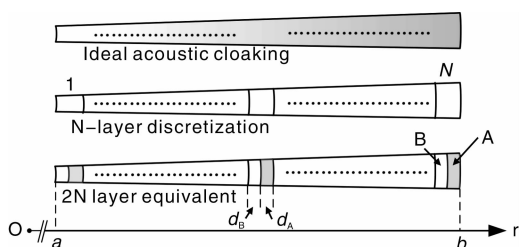


图2 多层结构声斗篷的设计过程

Fig. 2 Design procedure of the acoustic cloak using multilayered medium

图3所示为图2中设计过程各阶段的材料参数分布。图中的粗实线,点线,和细实线分别标示理想的连续变化不均匀各向异性参数、离散化后的 N 层均匀各向异性参数($N = 20$)、以及最终设计得到的均匀各向同性参数,分别对应于设计过程中的3个阶段。由此,可由特殊设计的声学多层结构介质得到声隐身斗篷所需的各

向异性密度分量 ρ_r 和 ρ_θ 。

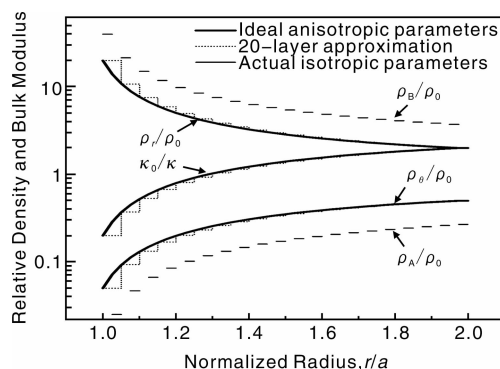


图3 设计过程各步骤对应的相对质量密度和体模量

Fig. 3 Relative density and bulk modulus used in the design procedures

3.3 声波在声学多层结构材料中传输的分析方法

图4是用均匀各向同性多层介质设计的二维声隐身斗篷结构图。为简单起见,由外到内各层依次记为第1层,第2层, ..., 第 $(M - 1)$ 层,第 M 层($M = 2N$)。外部介质和内部区域分别编号为0和 $M + 1$ 。因此,第 m 层的内边界半径是 $r = R_m$,最外层和最内层边界半径分别是 $R_0 = b$ 和 $R_M = a$ 。

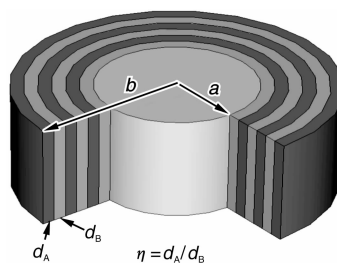


图4 柱状多层结构介质声斗篷结构图

Fig. 4 Schematic diagram of the cylindrical acoustic cloak using multilayered medium

为了确定多层结构声斗篷中声波的散射和传输特性,通过严格声散射理论推导了平面波入射时的声压场分布。考虑简谐平面压力波 $p_{in} = P_0 \exp[i(k_0 r \cos \varphi + \omega t)]$ 沿 $\varphi = 0$ 方向入射到声斗篷上。其中, P_0 是入射波幅度, i 表示虚部分量, k_0 是外部介质中声波的波数。由于声斗篷是由均匀各向同性材料所构成,所以斗篷内外的声场均符合一般形式的声波方程:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \phi^2} + k_r^2 p = 0 \quad (6)$$

其中标量声压 p 是半径 r 和角度 φ 的函数,第 m 层介质中的空间频率 k_m 仅由半径 r 所决定。我们对式(6)采用分离变量法 $p(r, \varphi) = R(r) \Phi(\varphi)$,得到角度分量的解

是 $e^{i\varphi}$ ，而径向分量的解由 Bessel 函数 $J_n(k_m r)$ 和第一类 Hankel 函数 $H_n^{(1)}(k_m r)$ 所组成，它们分别表示向内和向外传输的柱面波。

这样，体系内所有区域的声压均可展开为柱面波迭加形式。在第 0 层中 ($r > b$)，入射平面声波为：

$$p_{in} = P_0 e^{ik_0 r \cos \varphi} = P_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tau_n t^n J_n(k_m r) e^{in\varphi}$$

$$\tau_n = \begin{cases} 1 & m = 0 \\ 0 & m > 0 \end{cases} \quad (7)$$

第 m 和 $(m+1)$ 层介质中一般形式的声压场为：

$$p_m = P_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [\tau_n J_n(k_m r) + A_{mn} J_n(k_m r) + C_{mn} H_n^{(1)}(k_m r)] \times t^n e^{in\varphi} \quad (8)$$

这里 A_{mn} 和 C_{mn} 分别是第 m 层介质中 Bessel 和 Hankel 函数的第 n 阶展开系数，可由分层界面 $r = R_m$ ($m = 0 \sim M$) 处的标量声压和径向速度连续边界条件 $p_m|_{r=R_m} = p_{m+1}|_{r=R_m}$ ， $v_m|_{r=R_m} = v_{m+1}|_{r=R_m}$ 确定（径向速度可由 $v = -(1/i\omega\rho) \partial p / \partial r$ 推得）。确定 A_{mn} 和 C_{mn} 后，整个求解区间的声压场分布即可通过将各系数代入式 (7) ~ (8) 中而重构。

3.4 声斗篷的散射抑制性能

图 5a 和 5b 为平面声波入射到刚性柱时散射声场的幅度和相位分布。这里，入射声波的空间频率为 $k_0 = 2\pi$ ，对应波长为 $\lambda = 1$ m。可见，刚性柱附近的声场存在严重扰动。

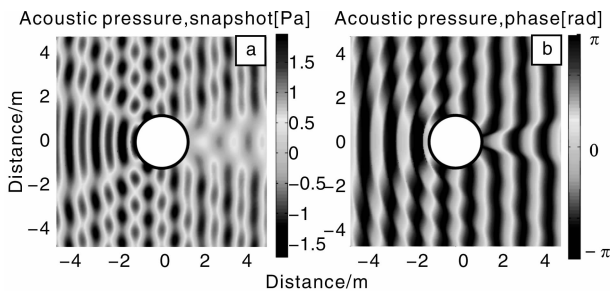


图 5 平面声波入射到无遮蔽刚性圆柱时的声压场：(a) 幅度分布，(b) 相位分布

Fig. 5 (a) Snapshot and (b) phase of acoustic pressure field when plane wave incidents on the rigid cylinder without cloak

图 6a 和 6b 为当所遮蔽区间的声学性质与外部区间相同时被遮蔽区域附近的声压场实部和相位分布。结果表明，在声斗篷外部的声压场未受到明显扰动；在声斗篷内，波阵面逐渐弯曲变形，并绕过被遮蔽区域；在离开声斗篷后，声波波阵面又反向弯曲并恢复成入射时的平面形状。对位于声斗篷背面的探测器而言，由声源发出的声波在传输过程中似乎没有受到声斗篷及被遮蔽区域的影响。

进一步将被遮蔽区间变为刚性柱，此时声压 p 的实部和相位分布如图 7a 和 7b 所示。此时入射声场的扰动更加微弱，表明声隐身效果更好。注意到在图 6 中被遮蔽区域的声学性质与外部区域完全匹配，而在图 7 中被遮蔽区域的声学性质与外部介质完全失配，这是 2 种极端情况。因此，该设计可以在很宽的被遮蔽物体声学性质范围内具有良好的隐身效果。

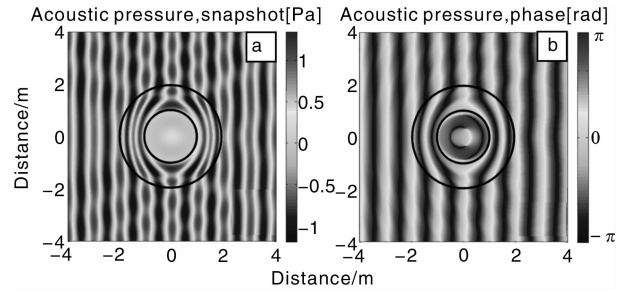


图 6 平面声波入射到被声斗篷遮蔽流体水时的声压场：(a) 幅度分布，(b) 相位分布

Fig. 6 (a) Snapshot and (b) phase of acoustic pressure field when the concealed region is the same as the host medium

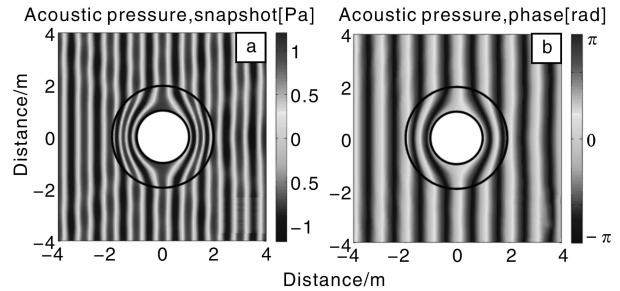


图 7 平面声波入射到被声斗篷遮蔽刚性柱时的声压场：(a) 幅度分布，(b) 相位分布

Fig. 7 (a) Snapshot and (b) phase of acoustic pressure field when plane wave incidents on the cloaked rigid cylinder

另外，我们还采用有限元全波仿真的方法得到声斗篷的声压场分布，与上述结果基本一致，多层结构介质声斗篷的隐身效果得到理论和数值 2 种方法的印证。

通常声波远场散射模式被用于定量表征目标声散射的强度。通过 Hankel 函数的大参数近似得到远场散射模式：

$$\xi(\varphi) = \left| \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_{0n} e^{in\varphi} \right|^2 \quad (9)$$

图 8 为 $k_0 = 2\pi$ 时图 5 ~ 图 7 所对应的全角度散射模式。实线、点划线和虚线分别代表未被遮蔽的刚性柱、被声斗篷遮蔽的刚性柱和被声斗篷遮蔽的液体水 3 种情况。所有结果都已用未被遮蔽情况下的散射最大值作归一化处理。散射模式的方向性特征与图 5 ~ 7 中的近场声压场分布特征基本一致。

对无遮蔽刚性柱情况,柱的前后向上均存在大幅值的主瓣,分别对应强烈的后向散射和前向阴影。当刚性柱被声斗篷遮蔽后,所有方向上散射声场均显著降低。最大降幅 5.13 dB 出现在 $\varphi = 100^\circ$ 和 260° 上。而当被遮蔽区域材料换成与外部介质相同的水之后,散射模式的形状也随之改变。与被遮蔽刚性柱的情况相比较,除了在 $\varphi = 12^\circ$ 和 46° 附近的一些窄瓣内,散射声波在其它角度上均具有更高的幅度。这一结果意味着更强烈的反射和更弱的声影。

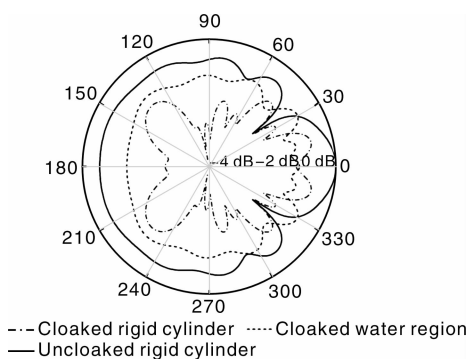


图8 $k_0 = 2\pi$ 时的远场散射模式

Fig. 8 The far-field scattering patterns at $k_0 = 2\pi$

3.5 多层结构材料中的多重散射过程

多层结构声斗篷的隐身机理较为特殊。如前所述,理想声斗篷具有连续变化的各向异性材料参数,进入其中的入射声波将沿坐标变换所设计的路径逐步弯曲变形,本质上是无反射的。而用局域共振超构材料构造的声斗篷是一种离散化的转换介质,其隐身效果由精密调节的亚波长尺度微共振单元与入射波之间复杂的耦合作用产生。与之不同,我们所设计的声斗篷采用多层结构介质这种特殊的声学超构材料,其相邻层的质量密度差异很大,所以多重散射而非局域共振在声隐身过程中起关键作用。从微观角度看,入射波被多层结构介质各分界面反复散射,由于各薄层的厚度均远小于声波波长,各薄层内的散射过程非常迅速。因此,相互作用的随机性可以被大量散射事件所平均,而最终的散射过程表现出确定性的强度分布。这里,我们将多重散射过程分解为多重“传输-反射”过程,该过程可在大尺度下完整描述这一问题并将随机过程转化为对统计数据的稳态平均。声隐身效应实际上源自复杂的多重散射过程。

图9a和9b为当 $k_0 = 2\pi$ 且被遮蔽区域为液体水时,A和B材料组的内向波系数 A_{mn} 。这里A(B)组分别对应奇数(偶数)层。结果表明,A组各薄层的内向波系数幅度均远大于B组,这由2组差异巨大的材料性质决定。从外向内各阶次柱面波的变化导致了斗篷内部逐渐变换的声场分布。低阶波分量在波动场中起主导作用。

在声斗篷内表面,内向波主要是低阶波分量。

类似的,图10a和10b所示为A和B材料组的外向波系数 C_{mn} 。与 A_{mn} 不同的是, C_{mn} 的变化应根据外向波的传输过程,从内表面向外表面观察。在声斗篷的内表面,只有低阶柱面波分量被反射回来。随着层数 m 的降低,散射过程产生逐渐增多的高阶波分量。A组和B组薄层中 $|C_{mn}|$ 幅度的区别仍应归因于其反差强烈的质量密度。

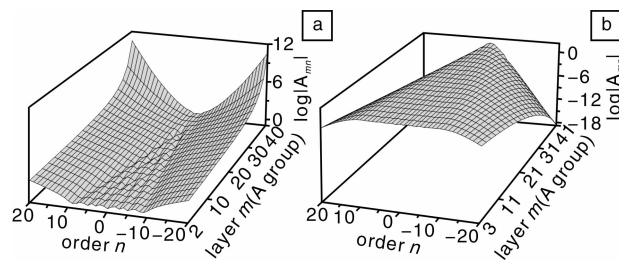


图9 (a) A组(奇数层)中和(b)B组(偶数层)中的内向波系数 A_{mn}

Fig. 9 Inward-wave coefficient A_{mn} (a) in material group A (odd layers) and (b) in material group B (even layers)

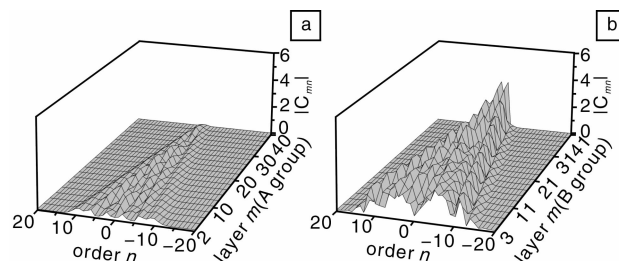


图10 (a) A组(奇数层)中和(b)B组(偶数层)中的外向波系数 C_{mn}

Fig. 10 Outward-wave coefficient C_{mn} (a) in material group A (odd layers) and (b) in material group B (even layers)

为直观描述这一特殊的复杂多重散射过程,在图11a~c中给出了各薄层速度场的 x 分量 v_{mx} , y 分量 v_{my} , 和模 $|v_m|$ 。结果表明, v_{mx} 在斗篷外波阵面为平行的平面,而 v_{my} 约等于0,声斗篷有效消除了外部声场的大部

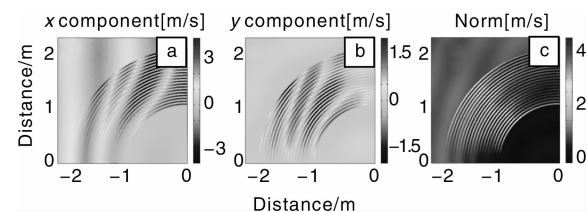


图11 声斗篷各层中的速度场分布: (a) x , (b) y 分量, (c) 模

Fig. 11 Local velocity in each layer of the cloak: (a) x component, (b) y component, and (c) norm

分扰动；相反，声斗篷内部的 v_{mx} 和 v_{my} 在径向和切向上均显示出逐步变化的分布特征， v_{my} 的增强应归因于环状薄层间的切向散射；在 $\varphi = \pi/2$ ($x = 0$) 的位置，所有各层的 v_{my} 均变为 0，此时被偏转的波阵面重新变成平面。

上述结果表明，特殊多重散射过程可以由多层结构声斗篷的微观材料分布和结构细节所调控，两者共同决定了声斗篷的宏观声散射特性。

3.6 频率特性

由局域共振型声学超构材料组成的声斗篷只能工作在微单元共振频率附近较窄的频带范围内，这是该方案的固有局限。我们发现，多层结构介质声斗篷可工作在低频段较宽频带内。图 12a 和 b 所示为波长 $\lambda = 1.25a$ 和 $0.5a$ 的平面声波入射到被声斗篷遮蔽刚性柱时的声压场分布。结果表明，当频率提高时，声斗篷外部声场的扰动逐步增强，斗篷内部偏转的波阵面变得不连续，隐身效果显著降低。声场分布与图 13 所示的远场散射模式一致。

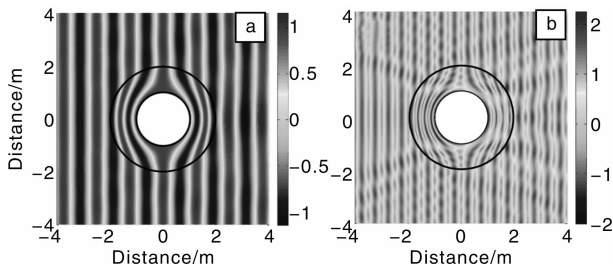


图 12 平面声波入射到被声斗篷遮蔽刚性柱时的声压场分布：(a) $\lambda = 1.25a$ ，(b) $\lambda = 1.25a$

Fig. 12 The acoustic pressure field for incident plane wave upon the cloaked rigid cylinder with wavelengths (a) $\lambda = 1.25a$ and (b) $\lambda = 0.5a$

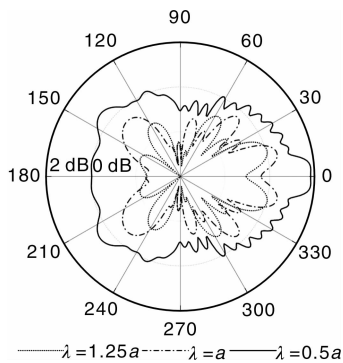


图 13 不同波长的平面声波入射到被声斗篷遮蔽刚性柱时的远场散射模式

Fig. 13 The far-field scattering patterns for plane wave incident upon the cloaked rigid cylinder with different wavelengths

从声场理论角度来看，对声隐身问题的研究实际是复杂目标的声散射理论问题，而总散射截面 (Total Scattering Cross Section, TSCS) 是表征隐身性能的重要指标，声波探测的目标特征信号控制技术的核心就是降低声总散射截面。进一步将式 (9) 在不同波数 k_0 处对角度 φ 积分得到 TSCS 值，如图 14 所示。

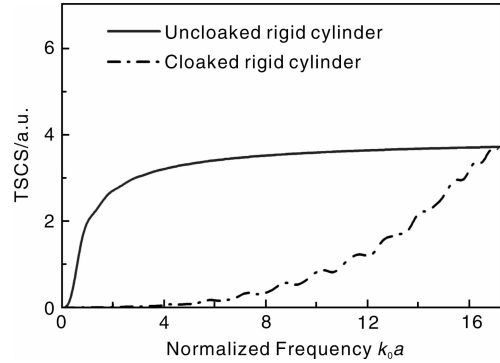


图 14 声总散射截面 (TSCS) 的频率特性曲线

Fig. 14 Frequency dependence of the acoustic TSCS

图中，实线和点划线分别表示无遮蔽刚性柱和有声斗篷遮蔽刚性柱情况下的声总散射截面随波长变化曲线。在低频段，无遮蔽情况下的 TSCS 要大于有遮蔽情况，表明声斗篷可降低声散射强度，具有隐身效果。另外，在从 $k_0 a = 0$ 到 13.65 范围内，声隐身效率保持在 50% 以上，即声斗篷使 TSCS 减低一半以上。而当 $k_0 a = 17.16$ 时，2 种情况的 TSCS 相同，声隐身效果消失，此频率即为截止频率。我们还注意到 2 种情况下，TSCS 均随 $k_0 a$ 的增加而单调递增。换言之，声隐身性能随频率的提高而减弱，这一现象的原因是：有效介质理论要求声波波长远大于薄层厚度，两者比值越大等效效果越好；而随着声波波长的降低，有效介质理论成立的前提条件被逐渐弱化，多层体系越来越表现出分立离散散射体的特征，对声场的散射逐渐增强。

3.7 球状多层结构介质与全方向声隐身斗篷

前文所述柱状声斗篷结构简单、便于设计和制造，但只能对垂直入射的声波有隐身效果。我们进一步提出了三维球状多层结构介质声斗篷的设计方案。与柱状情况类似，同心球形多层结构介质均一化的质量密度张量和体模量可表示为：

$$\rho_r = \frac{\rho_A + \eta \rho_B}{1 + \eta}, \quad \frac{1}{\rho_\theta} = \frac{1}{\rho_\varphi} = \frac{1}{1 + \eta} \left(\frac{1}{\rho_A} + \frac{\eta}{\rho_B} \right) \quad (10)$$

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{1}{1 + \eta} \left(\frac{1}{\kappa_A} + \frac{\eta}{\kappa_B} \right)$$

其中 ρ_r 是等效各向异性密度张量的径向分量 (与表面垂直)，而 ρ_θ 和 ρ_φ 为切向分量 (与表面相切)。

球形多层介质声斗篷的设计过程与柱形多层介质声

斗篷基本一致, 在此不再赘述。其结构如图 15 所示。图 16a, b 所示为 $r-\theta$ 面内, 无遮蔽刚性球和有三维声斗篷遮蔽刚性球的声压场分布图。结果表明, 入射声波波阵面被弯曲偏转, 球状多层介质声斗篷具有近理想的隐身效果。

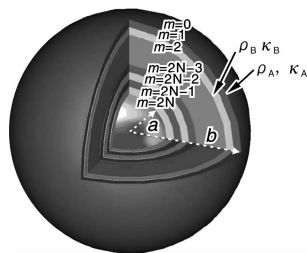


图 15 球状多层结构介质声斗篷结构图

Fig. 15 Schematic of the spherical acoustic cloak using multilayered medium

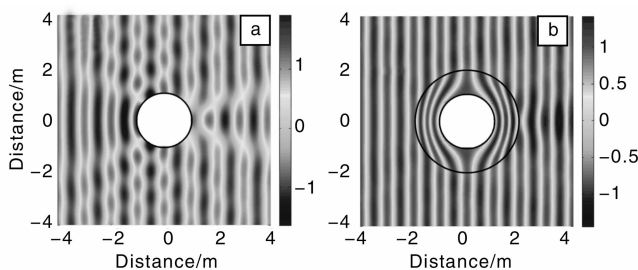


图 16 平面声波入射时的声压场分布: (a) 无遮蔽刚性球, (b) 有三维球状多层结构声斗篷遮蔽

Fig. 16 The acoustic pressure field for incident plane wave upon the (a) uncloaked and (b) cloaked rigid sphere

图 17 所示为 TSCS 谱。结果表明, 在 $k_0 a = 0 \sim 7.2$ 范围内, 声斗篷的隐身效率保持在 90 % 以上, 隐身效果随频率的增加而弱化。而如果薄层的厚度能进一步降低, 则有效介质近似对高频声波仍保持有效, 这样就可以提升该设计的工作频率上限, 使其具有更宽的工作频带。

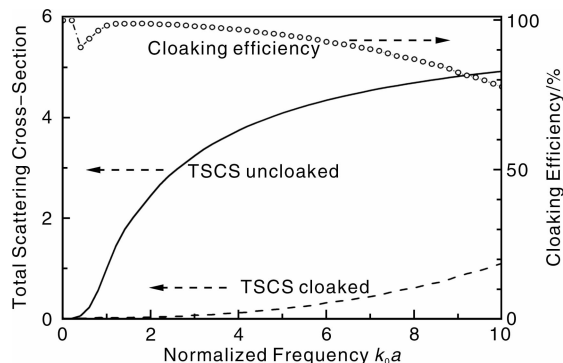


图 17 声总散射截面 (TSCS) 和声隐身效率的频率特性曲线

Fig. 17 Frequency dependence of the acoustic total scattering cross-section (TSCS) and the cloaking efficiency.

4 结 语

声学多层结构介质因其独特的声传输性能而被用于声隐身斗篷等新型功能器件的设计中。研究发现, 我们所提出的设计可在低频较宽的频带范围内显著降低目标的声散射截面。工作频段内, 声波波阵面在进入斗篷内部后逐渐弯曲变形, 在离开后逐步恢复原状; 声信号散射截面随着频率的提高而非线性增加, 其截止频率由薄层厚度决定。宏观上, 声斗篷的工作机理可被归结于各向异性有效声学参数所引起的空间变换效应; 而微观上, 声信号在分层介质体系中的传输是各薄层材料参数、厚度、形状、顺序等多种因素共同作用的复杂多重散射过程。

目前这方面的研究尚存在如下主要问题: ①声学多层结构介质内部多重散射微观动态过程的系统定量研究及其在声隐身中作用机理的直接观察、计算及分析; ②系统参数对传输过程和散射抑制效率的影响。

针对上述问题, 为促进基于声学多层结构介质的声波功能器件的实用化进程, 需开展以下研究工作: 从散射叠加相消的微观角度深入研究多层结构声斗篷多重散射的机理及其在声隐身中的作用, 通过定量表征以低阶次为主的各阶散射声波的能量传输, 探索声波在声斗篷中的弯曲、偏转传输过程, 寻找分层介质关键参数对稳态声散射抑制效率及动态散射强度的影响规律, 并在理论研究的基础上进一步开展实验工作。

参考文献 References

- [1] Brekhovskikh L M. *Waves in Layered Media* [M]. New York: Academic Press, 1981.
- [2] Brillouin L. *Wave Propagation in Periodic Structures* [M]. New York: Dover Publications, 1953.
- [3] Gilbert K. A Propagator Matrix Method for Periodically Stratified Media [J]. *Journal of Acoustical Society of America*, 1979, 66: s73.
- [4] Salamon M D G. Elastic Moduli of a Stratified Rock Mass [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 1968, 5: 519 - 527.
- [5] Yablonovitch E. Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics [J]. *Physical Review Letters*, 1987, 58: 2 059 - 2 062.
- [6] John S. Strong Localization of Photons in Certain Disordered Dielectric Superlattices [J]. *Physical Review Letters*, 1987, 58: 2 486 - 2 489.
- [7] Joannopoulos J D, Meade R D, Winn J N. *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light* [M]. Princeton: Princeton University Press, 1995.
- [8] Sibilica C. *Photonic Crystals: Physics and Technology* [M]. Milano: Springer Milan, 2008.

- [9] Smith D R, Padilla W J, Vier D C, *et al.* Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity[J]. *Physical Review Letters*, 2000, 84: 4 184 – 4 187.
- [10] Shelby R A, Smith D R, Schultz S. Experimental Verification of a Negative Index of Refraction[J]. *Science*, 2001, 292: 77 – 79.
- [11] Kushwaha M S, Halevi P, Dobrzynski L, *et al.* Acoustic Band-Structure of Periodic Elastic Composites[J]. *Physical Review Letters*, 1993, 71: 2 022 – 2 025.
- [12] Kushwaha M S, Halevi P, Martinez G, *et al.* Theory of Acoustic Band-Structure of Periodic Elastic Composites[J]. *Physical Review B*, 1994, 49: 2 313 – 2 322.
- [13] Liu Z Y, Zhang X X, Mao Y W, *et al.* Locally Resonant Sonic Materials[J]. *Science*, 2000, 289: 1 734 – 1 736.
- [14] Liu Z, Chan C T, Sheng P. Analytic Model of Phononic Crystals with Local Resonances[J]. *Physical Review B*, 2005, 71: 014 103.
- [15] Ding Y, Liu Z, Qiu C, *et al.* Metamaterial with Simultaneously Negative Bulk Modulus and Mass Density[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99: 093 904.
- [16] Fang N, Xi D J, Xu J Y, *et al.* Ultrasonic Metamaterials with Negative Modulus[J]. *Nature Materials*, 2006, 5: 452 – 456.
- [17] Cheng Y, Xu J Y, Liu X J. Broad Forbidden Bands in Parallel-Coupled Locally Resonant Ultrasonic Metamaterials[J]. *Applied Physics Letters*, 2008, 92: 051 913.
- [18] Cheng Y, Xu J Y, Liu X J. One-Dimensional Structured Ultrasonic Metamaterials with Simultaneously Negative Dynamic Density and Modulus[J]. *Physical Review B*, 2008, 77: 045 134.
- [19] Chen H Y, Yang T, Luo X D, *et al.* Impedance-Matched Reduced Acoustic Cloaking with Realizable Mass and Its Layered Design[J]. *Chinese Physics Letters*, 2008, 25: 3 696 – 3 699.
- [20] Cummer S A, Rahm M, Schurig D. Material Parameters and Vector Scaling in Transformation Acoustics[J]. *New Journal of Physics*, 2008, 10: 115 025.
- [21] Pendry J B, Li J. An Acoustic Metafluid: Realizing a Broadband Acoustic Cloak [J]. *New Journal of Physics*, 2008, 10: 115 032.
- [22] Chen H Y, Chan C T. Acoustic Cloaking and Transformation Acoustics[J]. *Journal of Physics D-Applied Physics*, 2010, 43: 113 001.
- [23] Farhat M, Guenneau S, Enoch S. Ultrabroadband Elastic Cloaking in Thin Plates[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 103: 024 301.
- [24] Qiu C W, Hu L, Xu X F, *et al.* Spherical Cloaking with Homogeneous Isotropic Multilayered Structures[J]. *Physical Review E*, 2009, 79: 047 602.
- [25] Norris A N. Acoustic Metafluids[J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2009, 125: 839 – 849.
- [26] Liu Y H, Chang C C. Effective Mass Density of a Periodic Array of Acoustic Media by Homogenization Analysis[J]. *Journal of the Physical Society of Japan*, 2010, 79: 014 401.
- [27] Kildishev A V, Cai W, Chettiar U K, *et al.* Transformation Optics: Approaching Broadband Electromagnetic Cloaking[J]. *New Journal of Physics*, 2008, 10: 115 029.
- [28] Popa B I, Cummer S A. Design and Characterization of Broadband Acoustic Composite Metamaterials[J]. *Physical Review B*, 2009, 80: 174 303.
- [29] Torrent D, Sanchez-Dehesa J. Sound Scattering by Anisotropic Metafluids based on Two-Dimensional Sonic Crystals[J]. *Physical Review B*, 2009, 79: 174 104.
- [30] Torrent D, Sanchez-Dehesa J. Acoustic Cloaking in Two Dimensions: a Feasible Approach[J]. *New Journal of Physics*, 2008, 10: 063 015.
- [31] Cheng Y, Liu X J. Resonance Effects in Broadband Acoustic Cloak with Multilayered Homogeneous Isotropic Materials[J]. *Applied Physics Letters*, 2008, 93: 071 903.
- [32] Cheng Y, Liu X J. Extraordinary Resonant Scattering in Imperfect Acoustic Cloak [J]. *Chinese Physics Letters*, 2009, 26: 014 301.
- [33] Huang Y, Feng Y, Jiang T. Electromagnetic Cloaking by Layered Structure of Homogeneous Isotropic Materials[J]. *Optics Express*, 2007, 15: 11 133 – 11 141.
- [34] Wood B, Pendry J B, Tsai D P. Directed Subwavelength Imaging using a Layered Metal-Dielectric System[J]. *Physical Review B*, 2006, 74: 115 116.
- [35] Schoenberg M, Sen P N. Properties of a Periodically Stratified Acoustic Half-Space and Its Relation to a Biot Fluid[J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1983, 73: 61 – 67.
- [36] National Science Foundation of China (国家自然科学基金委员会). *Physics Discipline Report (物理学学科发展研究报告)* [M]. Beijing: Science Press, 2008: 332 – 335.
- [37] Pendry J B, Schurig D, Smith D R. Controlling Electromagnetic Fields[J]. *Science*, 2006, 312: 1 780 – 1 782.
- [38] Schurig D, Mock J J, Justice B J, *et al.* Metamaterial Electromagnetic Cloak at Microwave Frequencies[J]. *Science*, 2006, 314: 977 – 980.
- [39] Cai W S, Chettiar U K, Kildishev A V, *et al.* Optical Cloaking with Metamaterials[J]. *Nature Photonics*, 2007, 1: 224 – 227.
- [40] Alu A, Engheta N. Multifrequency Optical Invisibility Cloak with Layered Plasmonic Shells[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100: 113 901.
- [41] Leonhardt U, Tyc T. Broadband Invisibility by Non-Euclidean Cloaking[J]. *Science*, 2009, 323: 110 – 112.
- [42] Liu R, Ji C, Mock J J, *et al.* Broadband Ground-Plane Cloak [J]. *Science*, 2009 323: 366 – 369.
- [43] Cummer S A, Schurig D. One Path to Acoustic Cloaking[J]. *New Journal of Physics*, 2007, 9: 45.
- [44] Chen H Y, Chan C T. Acoustic Cloaking in Three Dimensions Using Acoustic Metamaterials[J]. *Applied Physics Letters*, 2007, 91: 183 518.
- [45] Cummer S A, Popa B I, Schurig D, *et al.* Scattering Theory Derivation of a 3D Acoustic Cloaking Shell[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100: 024 301.
- [46] Zhou X M, Hu G K, Lu T J. Elastic Wave Transparency of A Solid Sphere Coated with Metamaterials[J]. *Physical Review B*, 2008, 77: 024 101.
- [47] Cheng Y, Yang F, Xu J Y, *et al.* A Multilayer Structured Acoustic Cloak with Homogeneous Isotropic Materials[J]. *Applied Physics Letters*, 2008, 92: 151 913.