

特约专栏

局域共振型五模超构材料的低频声波调控方法

蔡成欣^{1,2}, 宁 博³, 周路人¹, 梁俊燕¹,
秦 瑶¹, 楚杨阳⁴, 王兆宏⁵

(1. 河南工业大学信息科学与工程学院, 河南 郑州 450001)

(2. 河南工业大学 粮食信息处理与控制教育部重点实验室, 河南 郑州 450001)

(3. 工业和信息化部电子第五研究所, 广东 广州 510610)

(4. 郑州轻工业大学软件学院, 河南 郑州 450001)

(5. 西安交通大学电子科学与工程学院 物理电子与器件教育部重点实验室, 陕西 西安 710049)

摘 要: 五模超构材料是一类具有固体结构与“流体”特性的人工微结构, 由于较好的压缩波与剪切波的解耦合能力、较低的填充率、丰富的晶格构型及可调参数较多等特点, 在声波/弹性波隐身衣、声学波导、声学超构表面等声波调控领域具有潜在应用。由单质材料组成的五模超构材料可以被看作是布拉格散射型的声子晶体, 其工作频率在高频波段, 而目前针对低频声波调控的五模超构材料的研究还比较少。从3个部分介绍局域共振型五模超构材料的低频声波调控方法和研究进展: 首先, 对五模超构材料的基本概念及国内外研究现状进行介绍; 其次, 对两种局域共振型五模超构材料的设计及数值计算过程、能带结构及带隙调控方法进行介绍; 最后, 对五模超构材料的样件加工技术及测试手段进行介绍, 并对局域共振型五模超构材料研究中亟待解决的科学及工程问题进行总结及展望, 期望为后续五模超构材料在低频声波控制领域的研究及工程应用提供参考。

关键词: 五模超构材料; 局域共振; 低频声波; 有限元方法; 复合材料; 人工增材制造

中图分类号: O482.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1674-3962(2021)01-0034-14

Tuning Method of Low-Frequency Acoustics for Locally Resonant Pentamode Metamaterials

CAI Chengxin^{1,2}, NING Bo³, ZHOU Luren¹, LIANG Junyan¹, QIN Yao¹,
CHU Yangyang⁴, WANG Zhaohong⁵

(1. College of Information Science and Engineering, Henan University of Technology, Zhengzhou 450001, China)

(2. Key Laboratory of Grain Information Processing and Control of the Ministry of Education, Henan University of Technology, Zhengzhou 450001, China)

(3. China Electronic Product Reliability and Environmental Testing Research Institute, Guangzhou 510610, China)

(4. College of Software Engineering, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450001, China)

(5. Key Laboratory for Physical Electronics and Devices of the Ministry of Education, School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Pentamode metamaterial (PM) is a kind of artificial microstructure with a solid structure and the characteristic of “fluid”. Due to the better uncoupling property of compressional and shear waves, lower filling rate, multitudinous lattice

structures and more adjustable parameters, it has potential applications in acoustic wave regulation fields, such as acoustic/elastic wave cloak, acoustic waveguide and acoustic metasurface. The PM composed of elemental materials can be regarded as a Bragg scattering phononic crystal, whose operating frequency is in a high-frequency range. However, there are few studies focusing on the PM which regulated the low-frequency acoustic waves. In this paper, the low-frequency acoustic wave tuning methods and research progress of locally resonant PMs are introduced in

收稿日期: 2020-07-02 修回日期: 2020-10-08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52003076); 河南省高等学校重点科研项目计划(20A140008); 河南工业大学高层次人才基金项目(31401120)

第一作者: 蔡成欣, 男, 1988年生, 副教授,
Email: cxcai2018@haut.edu.cn

DOI: 10.7502/j.issn.1674-3962.202007001

three aspects. Firstly, the basic concepts and research progress of PMs are expounded. Secondly, the designing and numerical calculation process of locally resonant PMs, band structure and phononic band gaps (PBGs) control methods, sample processing and testing methods are introduced in detail. Finally, the scientific and engineering problems that need to be solved urgently in the research of locally resonant PMs are analyzed and discussed. By this way, it is expected to provide a reference for the research and engineering applications of PMs in the field of low-frequency acoustic control.

Key words: pentamode metamaterials; locally resonant; low-frequency acoustics; finite element method; composite material; artificial additive manufacturing

1 五模超构材料的基本概念及国内外研究现状

超构材料 (metamaterial) 是一类新型的人工合成材料, 通常由周期性或者非周期性的人工微结构排列而成, 具备天然材料所不具备的奇特物理性质。五模超构材料 (pentamode metamaterial, PM) 的概念由 Milton 和 Cherkaev 于 1995 年首次提出, 对于固体的人工周期结构, 通过结构单元设计, 能够使其整体的等效弹性特性表现为在六维的应力空间中, 只有体积压缩模式的特征值不为零 (对应的特征向量称为硬模式), 而对应剪切的其他 5 个特征值为零 (对应的特征向量称为软模式)^[1]。这样的固体结构将在整体上表现为传统流体的力学特性, 是一种具有固体特征的复杂“流体”。从理论上来说, 由这样的结构单元周期排列构成的声学超构材料可以实现与水的完全匹配。因此, 可调的模量各向异性、固体特征和宽频等特点赋予五模超构材料优越的声波调控能力, 在声波控制、地震防护与减振降噪等领域有着重要潜在应用价值^[2-4]。

2008 年, 罗格斯大学 Norris 教授从理论上分析了五模超构材料用于声学隐身衣的可行性^[2, 5, 6]。随后, Scandrett 等通过分层理论将连续变化的材料参数进行离散化处理, 提出了将五模声学隐身斗篷与传统的惯性声学隐身斗篷相结合构建五模超构材料-惯性组合声学隐身斗篷^[7, 8]。五模超构材料也引起了研究人员的关注。国内外许多著名高校以及科研机构都对此进行了深入研究, 国外比较有代表性的高校有犹他大学、罗格斯大学、卡尔斯鲁厄理工学院等; 国内比较有代表性的高校及研究机构有南京大学、北京理工大学、西安交通大学、国防科技大学、武汉大学、中国科学院声学研究所、武汉第二船舶设计研究院等。

五模超构材料按照研究的维度不同, 可以分为二维五模超构材料和三维五模超构材料。二维五模超构材料也被称为二模超构材料“bimode metamaterials”。2012 年, Norris 教授课题组提出利用反向变换的思路设计五模超构材料声学隐身衣, 通过定义所需材料的等效性质, 得到保证声学隐身效果的适当变换^[6]。2014 年, 武汉第二船舶设计研究院陈虹教授课题组通过调整微结构参数^[9], 对二维圆柱形五模超构材料进行分层设计, 并对

其声学隐身理论进行了分析和数值计算^[10], 并通过优化微结构参数得到了等效密度与水近似的二维五模超构材料, 同时利用微细铣削技术进行了样件加工, 并进行水下声学测试, 实验测试结果表明, 这种等效密度与水近似的二维五模超构材料能够有效地降低被隐身物体的声目标强度^[11]。2015 年, 北京理工大学胡更开教授课题组突破了对原有圆环和圆柱形二维五模超构材料的研究, 通过准对称映射梯度算法对任意形状的二维五模声学隐身衣进行了设计^[12, 13]。2016 年, 国防科技大学温激鸿教授课题组基于坐标变换方程, 设计出圆柱形声隐身衣, 利用有限元方法对不同坐标变换下声隐身衣的平均可视度进行数值仿真, 分析了影响五模超构材料隐身衣隐身性能的因素及规律, 研究结果表明, 选择合适的坐标变换方程能够有效改善隐身性能^[14]。2018 年, 南京大学刘晓宙教授课题组通过调整二维五模超构材料的微结构几何参数, 设计出适用于水下宽带的地毯式五模超构材料声隐身衣, 为五模超构材料在声隐身器件方面提供了新的选择^[15]。2020 年, 密苏里大学黄国良教授课题组利用类似五模超构材料的极值特性设计出二维弹性波隐身衣, 将为探索五模超构材料的水下声波调控提供有益参考^[16, 17]。

三维五模超构材料的实物设计起初由德国卡尔斯鲁厄理工学院的 Wegener 教授课题组所报道^[18-22]。Milton 等提出三维五模超构材料是一个理想的点接触^[1], 造成结构的稳定性很弱, 在微小的外力作用下, 整个结构就会崩塌。为了克服点接触带来的这些问题, Kadic 等选取一个有限的连接区域来代替原先的点接触, 从而在一定程度上加强了结构的稳定性, 并使得体积弹性模量 B 和剪切模量 G 的比值仍然保持在一个较大的范围 ($B/G > 1000$)^[18]。在此基础之上, 三维五模超构材料的声学带隙结构^[19]及其各向异性对三维五模超构材料性质的影响^[20]也被研究报道。通过引入复合双锥结构单元, Kadic 等实现了对三维五模超构材料 B 和 G 的独立调节^[21]。在实物制备方面, 2012 年, Kadic 等首次以高分子聚合物为主体材料成功制备了微米量级周期单元的五模超构材料, 其体积填充率为 1.5%, 重量仅有 2.7 ng。在此基础上他们又利用 3D 打印技术制备了周期单元尺寸为厘米量级的宏观尺度高分子聚合物基五模超构材料^[22], 通过对

其弹性性质的测试,证实了三维五模超构材料宏观结构的 B/C 可以大于 1000。

此外,五模超构材料还被用于声学超构表面、声学波导及隔声设备的设计中。南京大学刘晓峻教授与程营教授课题组利用 8 组不同结构参数的五模超构材料晶格构建出投射型声学超构表面,实现了对声波的异常折射^[23]; Norris 教授课题组利用具有不同折射率的五模超构材料结构单元,设计出能够实现水下声波聚焦的声学超构表面^[24];胡更开教授课题组通过对五模超构材料晶格几何参数的设计,构建出折射率渐变的声学超构表面,使得柱面波可以转换为平面波,实现了水下声波的波形转换^[25];中国科学院声学研究所杨军教授课题组通过二维情况下的声学坐标变换,设计了五模超构材料水下声隐身斗篷及具有导波功能的弯曲波导结构,实现了对水下声波的引导传输^[26];西安交通大学徐卓教授与王兆宏教授课题组基于不同的晶格类型设计出多种晶格类型的三维五模超构材料,并通过引入结构几何微扰在低频处获得声子带隙及其调控方法^[3, 27-33]。

由于频率越低的声波,传播得越远,穿透力越强,越不容易衰减,很难控制和阻隔,因此在较宽禁带频率范围内实现对低频声波的阻隔和减振降噪等就显得尤其重要^[34-37]。这就要求所设计的五模超构材料不仅具有带隙,还需考虑如何使带隙位置向低频移动,同时最好具有较轻的重量和较好的结构稳定性。在先前的研究中,五模超构材料的声子带隙频率位置较高,带隙中心频率所对应的弹性波波长与对应的五模超构材料的晶格尺寸在同一数量级上,带隙的频率随晶格尺寸的增加而单调降低,结构参数的变化也会对带隙结构产生较为显著的影响,具有典型的 Bragg 散射型声子带隙的特点。

为了解决 Bragg 散射型五模超构材料声子带隙在低频范围内的不足之处,基于局域共振原理^[38],提出局域共振型五模超构材料,本文对其设计及数值计算过程、能带结构及带隙调控方法、样件加工及测试手段等方面进行详细介绍,并对局域共振型五模超构材料研究中亟待解决的科学及工程问题进行分析探讨。

2 对称双锥局域共振型五模超构材料

2.1 原胞的结构参数设计

局域共振型声子晶体结构单元在发生局部共振时,其各阶共振模态可以构成“弹簧-质量”系统。因此,设计具有局域共振特性的五模超构材料原胞时,每个双锥结构可采用复合材料构成,这样每个双锥单元即可看作两部分,一部分提供共振单元的质量,另一部分提供共振单元的弹性。对称双锥局域共振型五模超构材料结构如

图 1 所示,由 16 个对称双锥构成,窄直径相互相交并构成面心立方结构。原胞的晶格常数为 a ,对称双锥的高度为 h ,宽直径为 D ,窄直径为 d 。每个双锥都由两种不同的材料 A 和 B 构成。材料 A 为硬质材料,材料 B 为软质材料。在受力相同的情况下,不易形变的硬质材料就为整个“弹簧-质量”系统提供质量部分,易形变的软质材料 A 为整个“弹簧-质量”系统提供弹性部分^[30]。

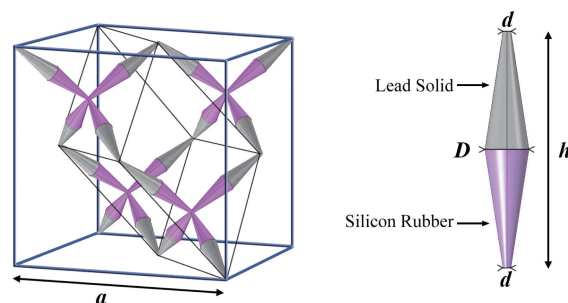


图 1 对称双锥局域共振型五模超构材料原胞结构^[30]

Fig. 1 Primary cell structure of the locally resonant pentamode metamaterial (PMs) with composite symmetric double-cone elements (SDCEs)^[30]

2.2 能带结构的低频特性

对于可以等效为“弹簧-质量”系统的复合材料对称双锥单元,双锥形变的部分提供弹性,没有形变的部分提供质量。因此,对称双锥局域共振型五模超构材料第一带隙的下界频率对应的等效刚度 k_1 和上界频率所对应的等效刚度 k_2 是由软质材料 B 的形变量决定的;而对应的等效质量 m_1 和 m_2 分别由硬质材料 A 的质量(m_A)和软质材料 B 的质量(m_B)决定的。此时,对称双锥局域共振型五模超构材料第一带隙的下界频率和上界频率与等效刚度和等效质量的关系可以用式(1)表示^[30]:

$$\begin{cases} f_{\text{lower}} \propto \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \\ f_{\text{upper}} \propto \sqrt{\frac{k_2(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}} \end{cases} \quad (1)$$

其中,等效质量 m_1 和 m_2 可以分别表示为:

$$\begin{cases} m_1 = m_A + \alpha_1 m_B \\ m_2 = \alpha_2 m_B \\ 0 < \alpha_1 < 1, 0 < \alpha_2 < 1 \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中, α_1 为软质材料 B 在局域共振第一带隙下界频率处的未形变系数; α_2 为软质材料 B 在局域共振第一带隙上界频率处的形变系数。

数值计算中,固定结构参数 $a = 37.3 \text{ mm}$, $D = 3 \text{ mm}$ 和 $d = 0.6 \text{ mm}$,选取铅体为硬质材料 A,硅橡胶为软质材料 B,对应的能带结构如图 2 所示^[30]。可以很明显地看

到,在能带结构图中不仅存在两个较宽的低频带隙,还存在一些平直的能带,这些平直的能带意味着在对称双锥局域共振型五模超构材料内存在共振模态。其中第一条带隙的频率范围为 26~172 Hz,第二条带隙的频率范围为 205~390 Hz。与对称双锥 Bragg 散射型五模超构材料相比,其第一条带隙的下界频率降低了两个数量级,这为利用小尺寸五模超构材料控制低频声波提供了可能,将有效地减小五模超构材料声学器件的尺寸和重量。此外,第一条带隙的相对带宽 $\frac{\Delta\omega}{\omega_g} = \frac{f_{\text{upper}} - f_{\text{lower}}}{(f_{\text{upper}} + f_{\text{lower}})/2}$ 为 1.55,比对称双锥 Bragg 散射型五模超构材料的第一条带隙的相对带宽扩大了至少 25 倍^[30]。

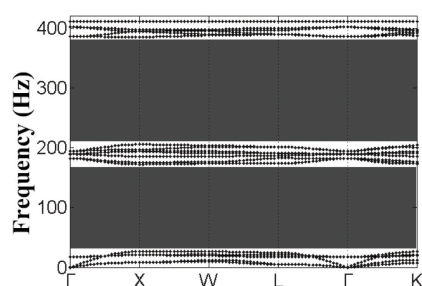


图 2 对称双锥局域共振型五模超构材料能带结构图^[30]

Fig. 2 Phononic band structure of the locally resonant PMs with composite SDCEs^[30]

2.3 结构参数对声子带隙的影响

由式(1)与(2)可知,对称双锥局域共振型五模超构材料第一条带隙的上、下界频率可用“弹簧-质量”系统原理模型来描述,通过分析给出的“弹簧-质量”系统原理模型中的等效参数,可以分析其上、下界频率的变化趋势。因此,能够导致局域振子等效质量或等效刚度变化的任何材料和结构参数,均会对局域共振带隙的起始频率和截止频率产生影响^[38]。

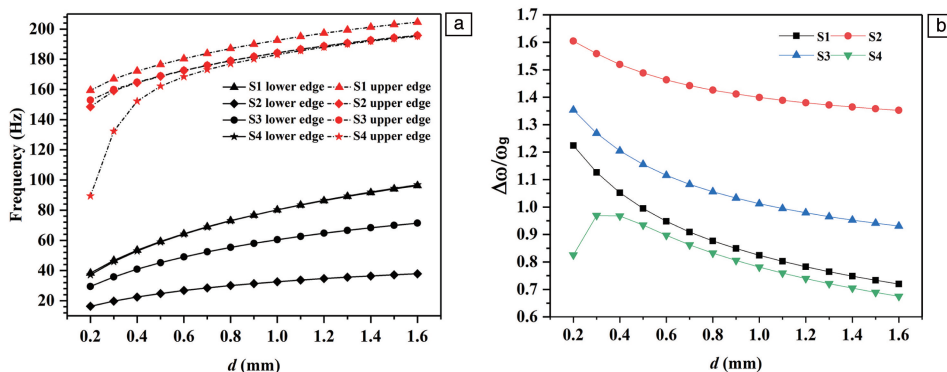


图 3 窄直径 d 对第一带隙的上、下界频率(a)和相对带宽(b)的影响^[30]

Fig. 3 Influence of the d on the first phononic band gaps (PBGs) (a) and the relative bandwidth of the first PBGs (b)^[30]

为了系统地研究对称双锥局域共振型五模超构材料的共振特性,构建 4 种不同材料组合的样品(表 1 所示)。其中软质材料 B 均为硅橡胶,硬质材料 A 分别为高分子聚合物(S1)、铅体(S2)、金属铝(S3)和光敏树脂(S4),对应的材料参数如表 2 所示。

表 1 4 种样品的材料组合

Table 1 Materials combinations of the four samples

Samples	Material A	Material B
S1	Polymer	Silicon rubber
S2	Lead solid	Silicon rubber
S3	Aluminum	Silicon rubber
S4	Photosensitive resin	Silicon rubber

表 2 材料性能参数

Table 2 Mass density ρ , Young's modulus E and Poisson ratio ν of the materials

Materials	$\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	E/GPa	ν
Polymer	1190	3	0.4
Lead solid	11 600	40.826	0.37
Aluminum	2700	71.7	0.33
Photosensitive resin	1160	2.46	0.23
Silicon rubber	1300	0.1175×10^{-3}	0.47

图 3 中给出了窄直径 d 的变化对第一带隙上、下界频率和相对带宽的影响规律^[30]。从图 3a 中可以很明显地看出,第一带隙的下界频率和上界频率随着窄直径 d 的增加而增加。这是因为随着窄直径 d 的增加,等效刚度(k_1 和 k_2)也增加,而此时等效质量(m_1 和 m_2)基本没有太大的变化,可以忽略,因此由式(1)可知,下界和上界频率增加。此外,对于样品 4,当窄直径 d 从 0.2 变

化到 0.5 mm 时, 其带隙的上界频率有一个明显的上升, 这与其他 3 种样品的变化趋势有所不同。这是因为, 对于样品 4 来说, 其第一带隙的上界频率是由第 7 条能带的最小值决定的, 而当窄直径 d 在 0.2~0.5 mm 取值时, 第 7 条能带到第 14 条能带之间的带隙被打开, 从而造成其第 7 条能带被压缩, 进而引起第一带隙的上界频率降低。

图 4 为 4 种样品在窄直径 $d=0.2$ mm 时对应的能带结构图, 其结果可以类推到窄直径 d 取 0.3 和 0.4 mm^[30]。可以看出, 4 种样品的第一带隙上界都由其对应的第 7 条能带的最小值决定, 因此它们对应的第一带隙上界频率分别为 159.4, 148.5, 152.9 和 89.4 Hz。很明显, 对于样品 1、样品 2 和样品 3, 它们的第 7 条能带到第 14 条能带(方框区域)基本上都集中在 150 到 220 Hz 之间;

并且这个区间内样品 2 没有带隙, 样品 1 和样品 3 也只是有一个很窄的带隙。但是对于样品 4 来说, 却有两个较宽的带隙在这个区域被打开, 从而造成对第一带隙的挤压。这样与其他 3 个样品相比, 样品 4 的第一带隙上界频率被明显降低了。随着窄直径 d 的增加, 区域内的带隙被逐渐压缩, 从而引起样品 4 的第一带隙上界频率快速地上升, 这样也使得其对应的相对带宽呈现出与其他 3 种样品不同的变化趋势。如图 3b 所示, 样品 1、样品 2 和样品 3 的第一带隙的相对带宽随着窄直径 d 的增加而单调减小, 样品 4 的第一带隙的相对带宽随着窄直径 d 的增加先增加到一个最大值, 然后开始减小。4 种样品第一带隙对应的相对带宽的最大值分别为 1.22(S1)、1.60(S2)、1.35(S3)和 0.97(S4)。

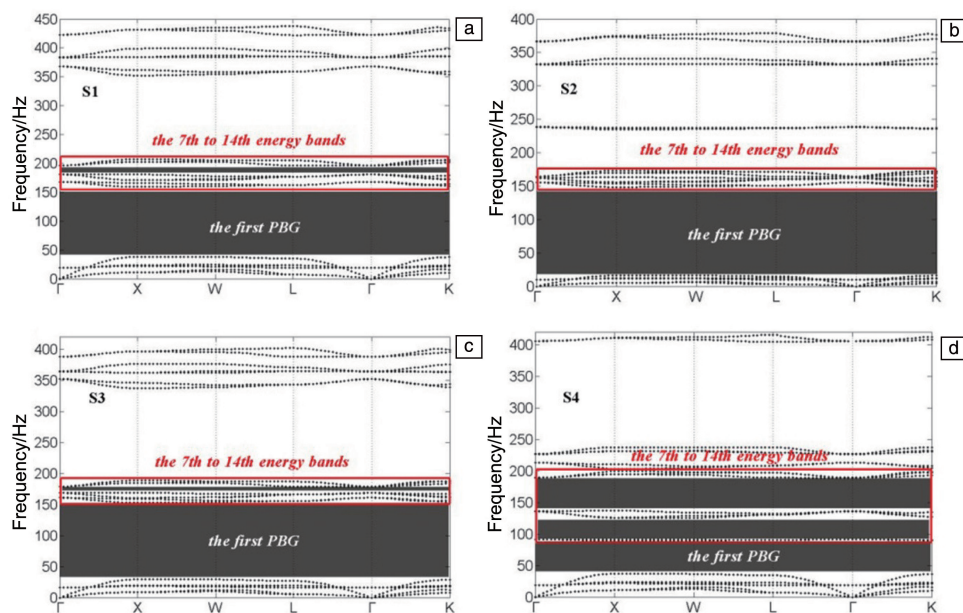


图 4 4 种样品在窄直径 $d=0.2$ mm 对应的能带结构图^[30]

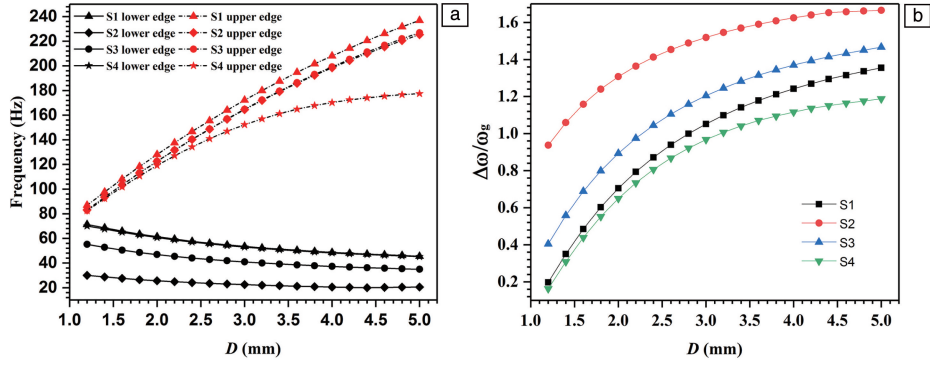
Fig. 4 The corresponding phononic band structures of four samples with $d=0.2$ mm^[30]

图 5 给出了宽直径 D 的变化对第一带隙上、下界频率和相对带宽的影响规律^[30]。从图 5a 中可以很明显地看出, 对于 4 种样品, 第一带隙的下界频率随着宽直径 D 的增加而缓慢下降, 下降幅度较小。这是由于宽直径 D 的增加会引起等效质量 m_1 缓慢增加, 而等效刚度 k_1 的变化却很微小。不同的是, 第一带隙上界频率处对应的结构单元是处于共振状态的, 局域共振状态引起的双锥软质材料的形变程度会随着宽直径 D 的增加而增加, 在这种情况下, k_2 不能被忽略, 并随着宽直径的增加而快速增加。此时, 等效刚度 k_2 快速增加带来的影响远远大于等效质量(m_1 和 m_2) 增加带来的影

响。因此, 第一带隙的上界频率随着宽直径 D 的增加而快速增加, 对应的相对带宽也随着宽直径 D 的增加而单调增加(图 5b)。

2.4 材料参数对声子带隙的影响

从上述分析可以看出, 不同的材料组合会引起第一带隙的下界频率和上界频率的不同, 因此需要进一步对材料参数与第一带隙的关系进行系统的分析。在进行相关数值计算时, 结构参数固定为 $a=37.3$ mm、 $D=3$ mm 和 $d=0.55$ mm, 硬质材料的材料参数以高分子聚合物(质量密度 $\rho=1190$ kg·m⁻³ 和杨氏模量 $E=3$ GPa)为参考基准进行分析。仅单一有规律地改变硬质材料(高分子聚

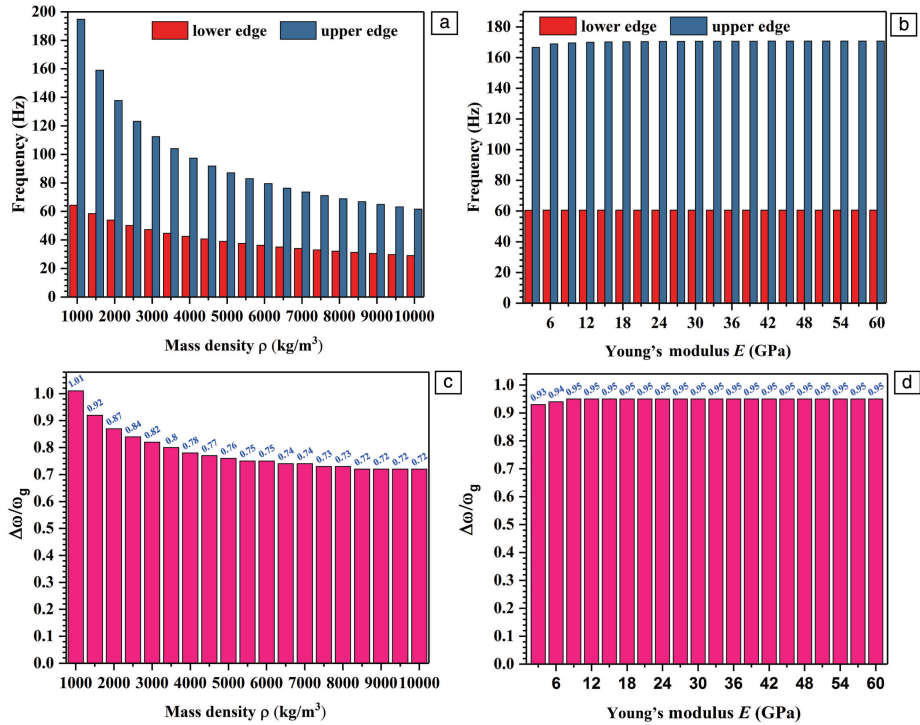
图 5 宽直径 D 对第一带隙上、下界频率(a)和相对带宽(b)的影响^[30]Fig. 5 Influence of the D on the first PBGs (a) and the relative bandwidth of the first PBGs (b)^[30]

合物)的材料参数 ρ 和 E 的其中一个,即在改变其中一个材料参数的时候,另一个材料参数保持为参考基准不变。对应的数值计算结果如图 6 所示^[30]。

选取 $500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 为间隔对 ρ 进行变化,同时固定 $E=3 \text{ GPa}$,在这种情况下,局域共振单元的等效质量 m_1 和等效刚度 k_2 都会随着 ρ 的增大而增大。此时,由于 m_1 的增加对第一带隙上、下界频率所带来的影响远远大于 k_2 的影响,因此第一带隙的下界频率和上界频率将随着 ρ 的增加而减小。在图 6a 中,当 ρ 从 1000 变化到 $10\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 时,第一带隙的下界频率从 64 降低到

29 Hz,第一带隙的上界频率从 194 降低到 61 Hz。由于第一带隙上界频率的下降趋势明显比下界频率的下降趋势快,其对应的相对带宽也随着 ρ 的增加表现出先减小后趋于平缓的趋势(图 6c)。

由于硬质材料的 E 一般都在 GPa 量级,因此取 E 的变化范围为 $3 \sim 60 \text{ GPa}$ 。从图 6b 中可以看出,当 E 从 3 变化到 60 GPa 时,第一带隙的上、下界频率基本不随 E 的改变而改变,其对应的第一带隙下界频率和上界频率分别保持在 60 和 170 Hz 基本不变。当硬质材料的 E 在 GPa 量级变化时,其质量密度 $\rho = 1190 \text{ kg/m}^3$ 是固定不变

图 6 质量密度和杨氏模量对第一带隙上下界频率(a, b)和带隙相对带宽(c, d)的影响^[30]Fig. 6 Influence of mass density ρ and Young's modulus E of the materials on the first PBGs (a, b) and the relative bandwidth of the first PBGs (c, d)^[30]

的,这意味着对应的等效质量(m_1 和 m_2)也是固定不变的。此时的等效刚度(k_1 和 k_2)主要是由软质材料的杨氏模量所决定的,硬质材料的杨氏模量的改变并不能决定等效刚度的大小。所以,当硬质材料的杨氏模量在 GPa 数量级改变时,第一带隙的上界频率基本稳定在 60 Hz,第一带隙的下界频率基本稳定在 170 Hz,对应的第一带隙的相对带宽基本稳定在 0.95(图 6d)。

从上述分析中可以看出,第一带隙的频率上、下界和相对带宽主要受硬质材料 A 的质量密度的影响,杨氏模量的改变对第一带隙的影响很有限。

3 非对称双锥局域共振型五模超构材料

利用复合材料对称双锥基元构建的局域共振型五模超构材料,其对应的第一带隙频率被降低到 100 Hz 以下的低频,且带隙的相对带宽与 Bragg 散射型五模超构材料相比也得到了很大的拓宽,这为利用五模超构材料对低频声波进行调控提供了一种方法。但是从图 2 中可以明显地看出,对称双锥局域共振型五模超构材料对应的单模区域变得很窄,这就限制了压缩波和剪切波的解耦频率范围。因此,为了改善对称双锥局域共振型五模超构材料的不足,在保持其第一带隙具有低频特性的情况下,利用窄直径不同的非对称双锥单元构成非对称双锥局域共振型五模超构材料,对其单模区域进行拓宽,并对其局域共振特性进行了分析^[31]。

3.1 原胞的结构参数设计

非对称双锥局域共振型五模超构材料的结构如图 7 所示,原胞由 16 个窄直径不同的复合材料双锥基元按照面心立方结构组合而成,每个基元均由软质材料 I 和硬质材料 II 两种材料组成。原胞结构的晶格常数为 a ,双锥的高度为 H ,材料 I 分布在双锥窄直径的两端,对应的高度分别为 h ,材料 II 分布在中间,对应的高度为 $H-2h$,两端的窄直径分别为 d_1 和 d_2 ,宽直径为 D ^[31]。

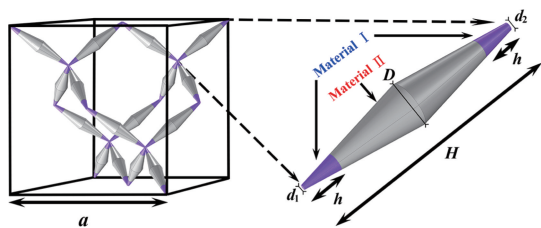


图 7 非对称双锥局域共振型五模超构材料结构示意图^[31]

Fig. 7 Structure of the locally resonant PMs with composite asymmetric double-cone elements (ADCEs)^[31]

3.2 单模区域及低频带隙特性

为了分析其能带结构,选取两种不同的材料组合进行研究,组合 1 为高分子聚合物和硅橡胶,组合 2 为铅

体和硅橡胶,材料参数如表 2 所示^[31]。在布洛赫边界条件下,利用有限元方法进行数值仿真,数值计算中所采用的结构参数为 $a=37.3$ mm、 $h=0.1H=1.615$ mm、 $d_1=0.55$ mm、 $d_2=0.4d_1=0.22$ mm 和 $D=3$ mm。对应的声子能带结构如图 8 所示,其中横轴代表了面心立方晶格最简布里渊区的高对称点,纵坐标代表了频率。为了将非对称双锥局域共振型五模超构材料与非对称双锥 Bragg 散射型五模超构材料的声子能带图进行对比,将高分子聚合物单一材料构建的非对称双锥 Bragg 散射型五模超构材料的声子能带图在图 8c 中给出^[31]。

在图 8a 与 8b 中,均有 3 条完整的声子带隙。图 8a 中,第一条带隙的下界频率和上界频率分别为 88.8 和 187.8 Hz,相对带宽为 0.716;第二条带隙的下界频率和上界频率分别为 194.4 和 203.2 Hz,相对带宽为 0.044;第三条带隙的下界频率和上界频率分别为 218.6 和 234.7 Hz,相对带宽为 0.071。图 8b 中,第一条带隙的下界频率和上界频率分别为 28.7 和 61.1 Hz,相对带宽为 0.721;第二条带隙的下界频率和上界频率分别为 63.2 和 65.3 Hz,相对带宽为 0.033;第三条带隙的下界频率和上界频率分别为 70.3 和 76.1 Hz,相对带宽为 0.079。

对比图 8 中 3 种材料的第一带隙下界频率所在的第 15 条能带(蓝色点线)可以发现,图 8a 和 8b 中的明显比图 8c 中的平坦。这表明对于非对称双锥局域共振型五模超构材料来说,其第 15 条能带在基元发生局域共振情况下被明显地抑制了,而这些变得平坦的能带曲线也是局域共振型声子晶体能带结构中的显著特点。

图 8 中单模区域被两条能带曲线分为 3 部分,这里只对最下方的第一条单模区域进行讨论。图 8a 中,硅橡胶和高分子聚合物复合材料(组合 1)的第一条单模区域的下界频率和上界频率分别为 3.89 和 24.52 Hz,单模区域相对带宽为 1.452。图 8b 中,铅体和硅橡胶复合材料(组合 2)的第一条单模区域的下界频率和上界频率分别为 1.27 和 7.87 Hz,单模区域相对带宽为 1.448。虽然组合 1 和组合 2 的单模区域位置有所不同,但是对应的相对带宽基本相同,因此在与对称双锥局域共振型五模超构材料的单模区域进行对比时,只选取组合 1 和 2 中的一组进行对比即可。

在对比非对称双锥与对称双锥局域共振型五模超构材料的单模区域时,选取的复合材料组合为硅橡胶和高分子聚合物,即文中的组合 1 和样品 1,数值计算中所采用的结构参数为: $a=37.3$ mm、 $h=0.1H=1.615$ mm、 $d=d_1=0.55$ mm 和 $D=3$ mm,结果如图 9 所示^[31]。图 9a 为两者单模区域上界频率和下界频率的对比图,非对称双锥局域共振型五模超构材料的单模区域上界频率和下界频率都明显低于对称双锥局域共振型五模超构材料的,

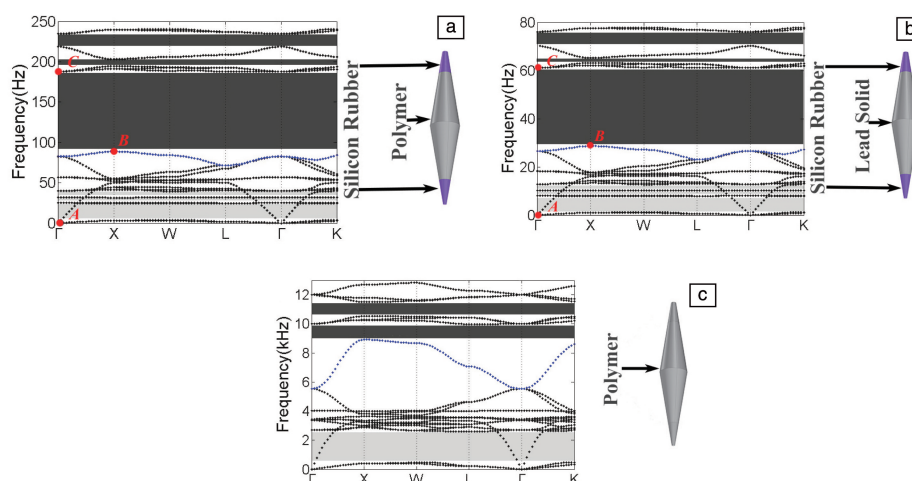


图 8 非对称双锥五模超构材料能带结构图^[31]: (a) 高分子聚合物和硅橡胶, (b) 铅体和硅橡胶, (c) 高分子聚合物

Fig. 8 The phononic band structures of ADCEs samples^[31]: (a) polymer and silicone rubber, (b) lead and silicone rubber, (c) polymer

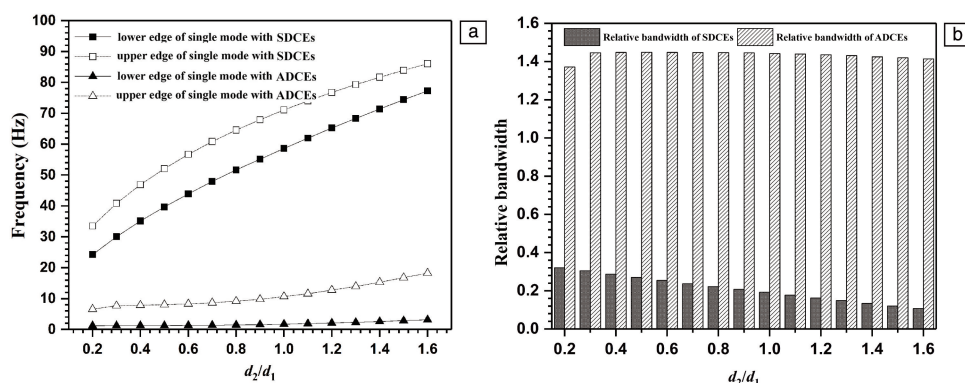


图 9 对称双锥与非对称双锥局域共振型五模超构材料单模区域^[31]: (a) 上、下界频率, (b) 相对带宽

Fig. 9 The PBGs (a) and relative bandwidth (b) of single phononic mode region of PMs with SDCEs and ADCEs^[31]

并且两者的单模区域上界频率和下界频率都随着 d_2/d_1 的增大而上升。对应的单模区域相对带宽如图 9b 所示, 对称双锥局域共振型五模超构材料单模区域的相对带宽随着 d_2/d_1 的增大从 0.32 减小到 0.1, 而非对称双锥局域共振型五模超构材料的基本保持在 1.44 附近不变, 单模区域至少拓宽了 4 倍, 增加了局域共振型五模超构材料的解耦区间。

图 10 中为组合 1 和组合 2 非对称双锥局域共振型五模超构材料所对应的第一带隙的上界频率、下界频率和带隙相对带宽与 d_2/d_1 的关系图^[31]。从图 10a 和 10b 中可以看出, 当 d_2/d_1 在 0.2~0.9 变化时, 第一带隙下界频率随着 d_2/d_1 增加而增加, 而第一带隙上界频率却基本保持在一个常数不变。这是因为, d_2/d_1 在 0.2~0.9 变化时, 窄直径 d_2 处比 d_1 处更容易产生形变, 因此对应了单元振子的起振状态, 即第一带隙的下界频率处。随着 d_2/d_1 的增加, 由 d_2 处形变产生的等效刚度 k_2 也增

加, 这样第一带隙的下界频率也增加。而在单元振子的共振状态, 即第一带隙的上界频率处, 窄直径 d_1 处也产生了形变, 此时的共振频率由窄直径 d_1 处形变产生的等效刚度 k_1 决定, 由于窄直径 d_1 是一个固定参数, 所以其等效刚度 k_1 是一个常数, 即第一带隙的上界频率是一个常数。相反地, 当 d_2/d_1 的比值在 1.1~2.0 变化时, 窄直径 d_1 处比 d_2 处更容易产生形变, 此时第一带隙下界频率主要由窄直径 d_1 处形变产生的等效刚度 k_1 决定, 基本保持在一个常数不变。而第一带隙的上界频率由 d_2 处形变产生的等效刚度 k_2 决定, 随着 d_2/d_1 比值的增加, 等效刚度 k_2 增加, 对应的第一带隙上界频率也增加。而当 d_2/d_1 的比值在 1 附近时, 由于窄直径 d_2 处的形变难易程度与窄直径 d_1 处相近, 所以没有明显对应的起振和共振状态, 即第一带隙消失。两种组合第一带隙的相对带宽如图 10c 所示, 与非对称双锥 Bragg 散射型五模超构材料相比, 其对应的相对带宽至少扩大了 3 倍。

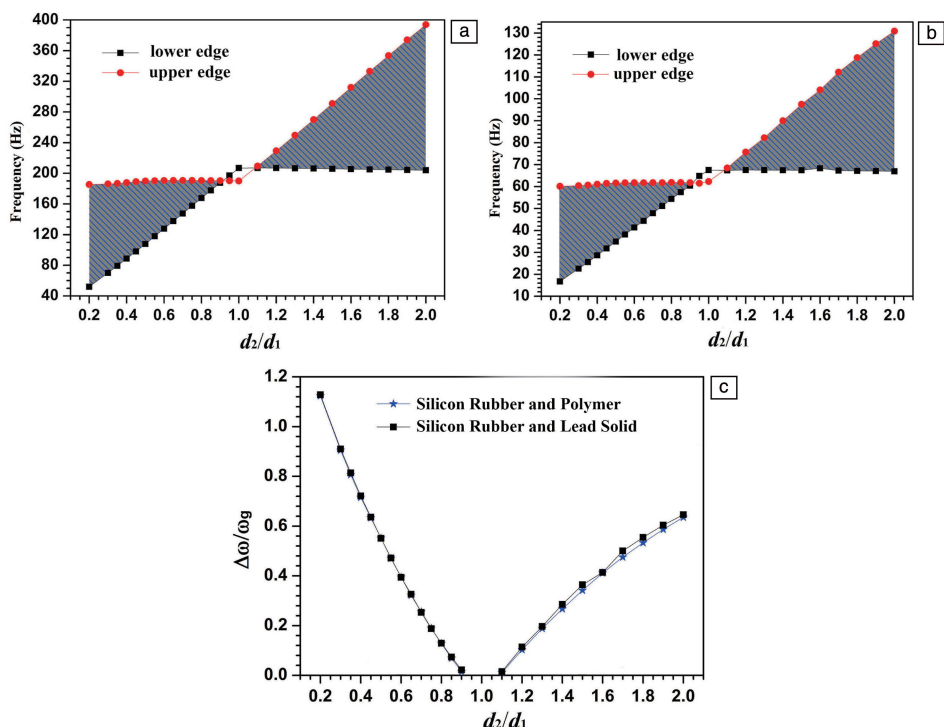


图 10 组合 1(a) 和组合 2(b) 非对称双锥局域共振型五模超构材料第一带隙上下界频率和组合 1 与 2 的相对带宽(c) 随 d_2/d_1 变化^[31]

Fig. 10 Variation of the lower and upper edge of the first PBGs for ADCEs with combination 1(a) and 2(b) and the relative bandwidth variation (c) with d_2/d_1 ^[31]

3.3 低频声子带隙的形成机理及调控方法

为了研究非对称双锥局域共振型五模超构材料带隙的形成机理及调控方法, 利用静态介质连续力学对其第一带隙上下界频率处的振动模态进行了数值计算分析, 所用结构参数为 $a=37.3$ mm、 $h=0.1H=1.615$ mm、 $d_1=0.55$ mm、 $d_2=0.4d_1=0.22$ mm 和 $D=3$ mm。其初始模态、局域共振单元起振模态和共振模态分别如图 11a~11c 所示, 图中标尺颜色代表了形变量的大小。

在初始模态(图 11a)中, 窄直径 d_1 和 d_2 处均没有产生形变, 整个局域共振单元只有一些整体移动。在局域共振单元第一带隙下界频率处的振动模态(图 11b)中,

有效的形变仅出现在较小的窄直径 d_2 处, 而在窄直径 d_1 处几乎没有形变发生。这是由于窄直径 d_2 小于 d_1 , 在相同受力情况下, 形变往往都是从最容易形变的小直径处开始。局域共振单元第一带隙上界频率处的振动模态如图 11c 所示, 可以明显看出, 在窄直径 d_2 形变产生的回复力驱动下, 窄直径 d_1 处也开始形变, 最终在两个窄直径 d_1 和 d_2 处均产生了形变^[31]。

对于图 12 所示的“弹簧-质量”系统模型, 当振动以弹性波的形式传播到该单元结构时, 会对基体产生力 F 的作用, 而质量块 M 的运动同样对基体产生一个反作用力 F' , 因此基体在外部激励力 F 和内部反作用力 F' 的作

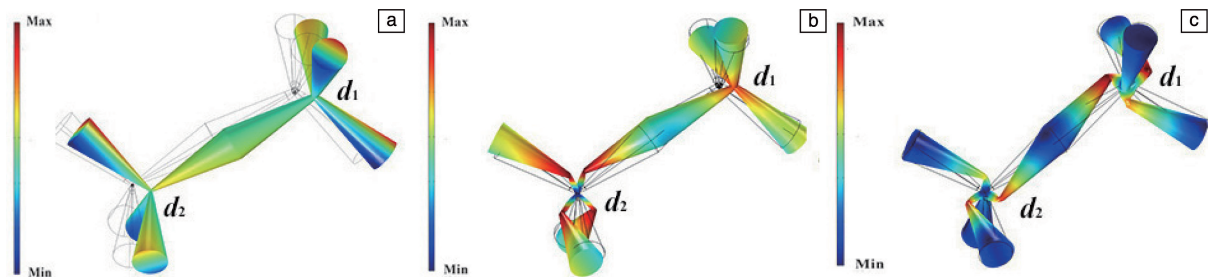


图 11 非对称双锥局域共振型五模超构材料的原胞的振动模态: (a) 初始模态, (b) 第一带隙下界频率处振动模态, (c) 第一带隙上界频率处振动模态^[31]

Fig. 11 Vibration modes of the primitive cell of ADCEs: (a) initial mode, (b) vibration mode at the lower edge frequency of the first PBG, (c) vibration mode at the upper edge frequency of the first PBG^[31]

用下运动。当外部激励的频率与内部局域共振单元的固有频率相近时，内部局域共振单元发生共振，内部局域共振单元对基体的反作用力 F' 始终与外部激励力 F 反向叠加，基体的振动减弱。当两者频率完全相等时，即发生反共振现象，作用在基体上的合力趋于零，振动完全被抵消。因此，振动无法在基体中传播，而能量被共振单元吸收并局限在每个结构单元中，从而形成带隙^[31]。

考察图 11 中的各阶共振模态，可以发现：在发生各阶共振时，不同窄直径复合材料双锥单元结构的铅体部分提供质量，形变的硅橡胶部分提供弹性，这样不同窄直径复合材料双锥单元就可以看作一个“弹簧-质量”系统模型。当振动以弹性波的形式传播到五模超构材料的局域共振单元时，会对质量块 M 产生力的作用，在此外部激励力 F 的作用下，双锥容易形变的一端开始发生形变，产生与弹性刚度 k_1 相关的弹性回复力 F_1 ，在弹性回复力 F_1 的作用下，双锥的另一端也开始产生形变，产生与弹性刚度 k_2 相关的弹性回复力 F_2 。质量块 M 在这两个弹性回复力的作用下进行振动，对外部激励力 F 产生一个反作用力 F' ，当外部激励的频率与不同窄直径复合材料双锥单元的固有频率相等时，振动被完全抵消，无法在基体空气中传播，对应频率的弹性波能量被共振单元吸收并局限在每个单元结构中，形成五模超构材料的低频局域共振带隙。

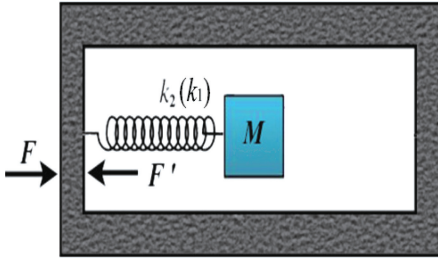


图 12 复合材料非对称双锥单元结构简化模型^[31]

Fig. 12 Simplified model for composite ADCEs^[31]

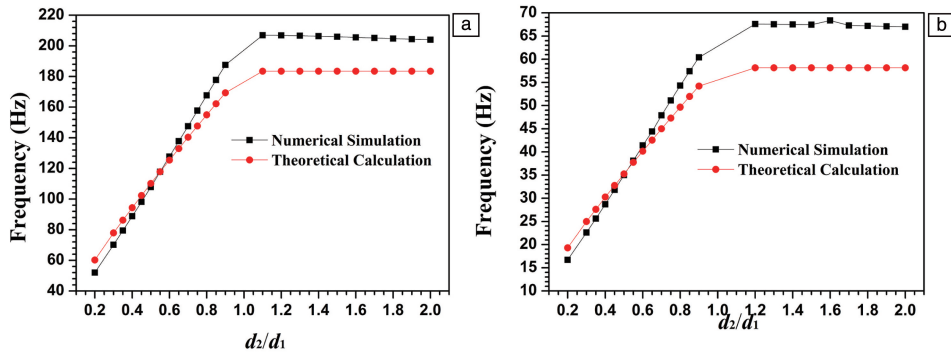


图 13 组合 1(a) 和组合 2(b) 非对称双锥局域共振型五模超构材料的第一带隙下界频率随 d_2/d_1 比值的变化曲线^[31]

Fig. 13 Variation of the lower edge of the first PBGs for combination 1(a) and 2(b) ADCEs with d_2/d_1 ^[31]

对于非对称双锥局域共振型五模超构材料，等效刚度 k_1 和 k_2 可以由硅橡胶的形变量计算^[31]：

$$\begin{cases} k_i = q \frac{\pi C_{11} D_i d_i}{4h} \\ D_i = d_i + \frac{2h(D - d_i)}{H} \end{cases} \quad (i = 1, 2) \quad (3)$$

式中： $C_{11} = \lambda_{\text{硅橡胶}} + 2\mu_{\text{硅橡胶}}$ ， $\lambda_{\text{硅橡胶}} = 6 \times 10^{-4} \text{ GPa}$ ， $\mu_{\text{硅橡胶}} = 4 \times 10^{-5} \text{ GPa}$ ； q 是修正系数。由于只有部分硅橡胶发生了形变提供弹性，因此 q 在 0 到 1 之间取值。这样第一带隙的下界频率可以表示为：

$$\begin{cases} f_l = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_2}{M}} \quad (d_2 < d_1) \\ f_l = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1}{M}} \quad (d_2 > d_1) \end{cases} \quad (4)$$

第一带隙下界频率的理论计算结果和数值仿真结果如图 13 所示，可以看出，无论是组合 1 还是组合 2，它们的理论计算结果和数值仿真结果具有相同的变化趋势和较好的吻合度，在高频处的偏差是因为：由于硅橡胶的形变量是随时变化的，而选取的修正系数 $q = 0.25$ 是一个固定的估算值，这使得理论计算结果和数值仿真结果在 d_2/d_1 的大比值处存在一些偏差。当 $d_2/d_1 < 1$ 时，第一带隙的下界频率主要由窄直径 d_2 决定，因此随着 d_2/d_1 的增大，窄直径 d_2 也增大，带隙的下界频率随着比值的增大而增大；当 $d_2/d_1 > 1$ 时，第一带隙的下界频率主要由窄直径 d_1 决定，而窄直径 d_1 是一个固定的结构参数，所以带隙的下界频率随着比值的增大基本不变^[31]。

3.4 品质因数

在对三维五模超构材料进行带隙降频和单模区域扩展的同时，也希望提高其对应的品质因数，因为其品质因数越大，越容易解除压缩波和剪切波的耦合，其“流体”特性也就越好。三维五模超构材料的品质因数与压缩

波和剪切波的相速度比值 C_B/C_G 有如式(5)的关系^[18]:

$$FOM = B/G = (C_B/C_G)^2 \quad (5)$$

因此,可以通过对比三维五模超构材料的相速度比值来对比其品质因数的大小。组合 1 和组合 2 所对应的相速度比值随 d_2/d_1 的变化关系如图 14 所示,可以看出,非对称双锥局域共振型五模超构材料的相速度比值的最大值大约在 24.2,而窄直径不同的 Bragg 散射型五模超构材料的相速度比值的最大值大约在 16.2。相对于 Bragg 散射型五模超构材料,局域共振型五模超构材料的相速度比值提高了 49.4%,即品质因数可以提高 123%^[31]。

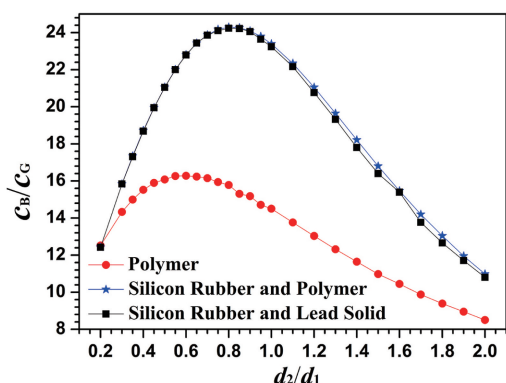


图 14 五模超构材料压缩波和剪切波相速度比值与 d_2/d_1 比值的关系^[31]

Fig. 14 Relationship between the phase velocity ratio of compression and shear waves and d_2/d_1 for pentamode metataterials^[31]

4 五模超构材料的制备工艺及测试方法

4.1 五模超构材料的制备工艺

五模超构材料的制备工艺按照制备结构的维度,可以分为三维五模超构材料制备工艺和二维五模超构材料制备工艺两大类。目前已报道的五模超构材料的制备技术有激光直写技术^[18]、3D 打印技术^[4, 22, 39]、高压水射流切割技术^[40]、慢走丝线切割技术^[4]和微细铣削加工技术^[9]等。

2012 年,德国卡尔斯鲁厄理工学院的研究人员利用激光直写技术加工高分子聚合物,首次制备出单元结构尺寸为微米级别的三维五模超构材料微结构(图 15)^[18]。制备的微结构样件整体尺寸为 $261 \mu\text{m} \times 261 \mu\text{m} \times 224 \mu\text{m}$,由 $7 \times 7 \times 6$ 个面心立方晶胞构成,晶胞内部双锥最窄接触处直径为 $1 \mu\text{m}$,最宽处直径为 $3 \mu\text{m}$ 。这种微观五模超构材料的成功制备,将 1995 年 Milton 等提出的三维五模超构材料从概念变为了现实,打开了五模超构材料应用的大门。然而,聚合物承载能力较弱,五模超构材料的双锥窄直径不能做到太小,否则结构在重力作用下很容易在窄接触处断裂。激光直写技术的优点是可以达到微米量级制造精度,缺点在于结构稳定性和样件的表面平滑度不高。

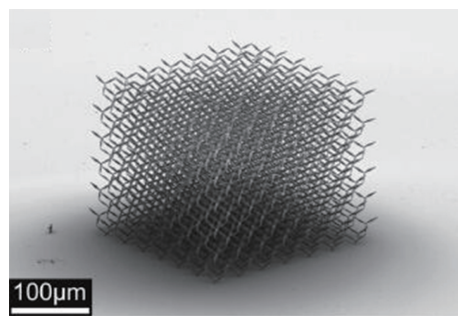


图 15 激光直写技术制备的高分子聚合物五模超构材料^[18]

Fig. 15 Polymeric PMs fabricated by laser direct writing technique^[18]

利用 3D 打印技术制备的五模超构材料样件如图 16 所示。胡更开教授课题组利用金属 3D 打印技术制备了钛基二维五模超构材料样件(图 16a),样件是截面直径为 118 mm、高度为 104 mm 的圆柱体,六边形晶胞单边长为 20 mm,薄壁厚度为 1 mm^[4]。意大利的 Amendola 等^[39]利用金属 3D 打印技术打印出了钛基三维五模超构材料样件,并对其水平和垂直方向的等效刚度、剪切模量和压缩模量等力学性能进行了测试,测试结果表明,微观结构的几何形状和约束的晶格的宏观长宽比强烈影

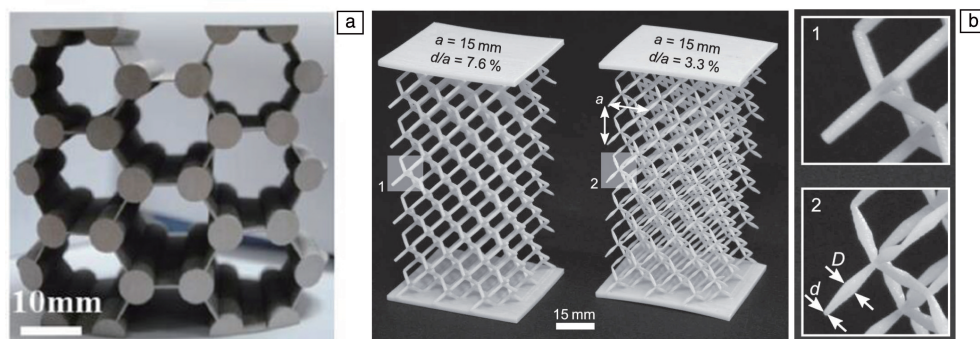


图 16 3D 打印五模超构材料样件: (a) 钛基二维五模超构材料^[4], (b) 聚合物基三维五模超构材料^[22]

Fig. 16 3D printed PMs: (a) titanium-based two-dimensional PMs^[4], (b) polymer-based three-dimensional PMs^[22]

响结构的横向和垂直刚度性质。虽然金属 3D 打印技术可以制备稳定性较好的三维五模超构材料, 但是其样件表面不够光滑, 会对声波的传播造成不可预估的影响。德国卡尔斯鲁厄理工学院的研究人员利用喷涂 3D 打印技术制备了单元结构尺寸为毫米量级的宏观高分子聚合物五模超构材料微结构(图 16b), 微结构样件由 $3 \times 3 \times 6$ 个晶胞单元组成, 晶格常数分别为 10 mm 和 15 mm, 并通过力学性能测试验证了其高品质因数(大于 1000)^[22]。

2013 年, 法国 Hladky-Hennion 等通过高压水射流切割技术制备了二维铝基平板型五模超构材料(图 17), 并实现了声波聚焦功能^[40]。样件由高压水射流切割的 15 层 5 mm 厚的铝板拼接而成, 样件的长度为 265 mm, 宽度大约在 58.1~60 mm 之间, 高度为 75 mm。样件晶胞为二维五模超构材料对应的蜂窝结构, 晶胞单边长度为 6.445 mm, 蜂窝结构壁面厚度为 0.5 mm。

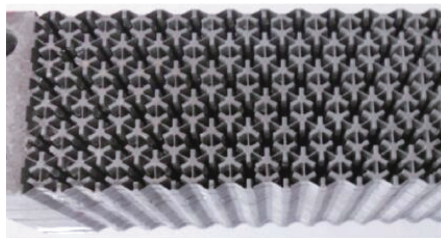


图 17 高压水射流切割技术制备的铝基二维五模超透镜^[40]

Fig. 17 Aluminum-based two-dimensional PM super lens fabricated by water-gun cutting technique^[40]

图 18a 和 18b 分别为胡更开教授课题组利用慢走丝线切割技术制备的铝基二维五模超构材料和二维梯度渐变环形五模超构材料隐身衣样件^[4]。图 18a 中的两个铝基二维五模超构材料样件均采用板材整体切割而成, 五模超构材料微结构所占区域长宽均为 120 和 34.64 mm, 厚度分别为 10 和 50 mm。五模超构材料胞元边长为 10 mm, 最薄壁厚为 0.4 mm, 其杨氏模量测试结果为 85 MPa。图 18b 为二维梯度渐变环形五模超构材料隐身衣样件, 具有较高的加工精度。

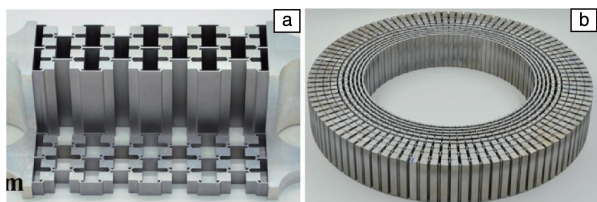


图 18 慢走丝线切割技术制备的铝基二维五模超构材料^[4]: (a) 周期结构; (b) 声斗篷

Fig. 18 Aluminum-based two-dimensional PMs fabricated by WEDM-LS^[4]: (a) periodic PMs; (b) acoustic cloak

图 19 为武汉第二船舶研究院采用微细铣削加工技术制备的环形铝基五模超构材料声斗篷^[9], 该环形材料周向包含 50 个周期, 径向包含 13 层相同等效性质的微结构。环形层内径、外径分别为 75 和 150 mm, 最小连接点尺寸达到了 0.1 mm。

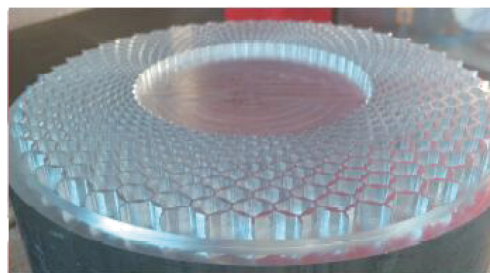


图 19 采用微细铣削技术制备的环形铝基二维五模超构材料声斗篷^[9]
Fig. 19 Aluminum-based two-dimensional PMs acoustic cloak fabricated by micro milling^[9]

4.2 五模超构材料力学和声学性能测试方法

目前, 对五模超构材料力学性能的研究一般集中在对其杨氏模量 E 、剪切模量 G 和体积弹性模量 B 的研究和测试上, 它们都是与变形有关的一种指标。测量五模超构材料力学性能的系统如图 20 所示, 测试系统上端为一个可以移动的传动轴, 固定五模超构材料样件的上端可以使其进行压缩/拉伸和水平移动; 下端是一个固定的平台, 用来固定五模超构材料样件的下端^[9, 22]。由于 B 与 E 和 G 存在如式(6)关系:

$$E = 2G(1 - \nu) = 3B(1 - 2\nu) \quad (6)$$

因此有式(7):

$$B = \frac{GE}{3(3G - E)} \quad (7)$$

这样, 只需测量五模超构材料的 E 和 G 就可以得到对应的体积弹性模量 B 。

五模超构材料的声学性能测试包括对其声波透射系数和反射系数进行测试。常用的声学测量仪器有各种声

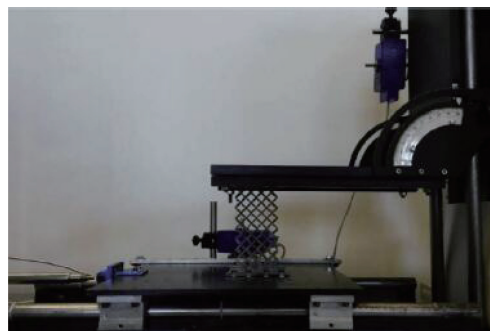


图 20 五模超构材料力学性能测试系统^[9]

Fig. 20 Testing system for mechanical properties of PMs^[9]

级计、驻波管、消声室、隔声室和消声水池等。图 21 为驻波管照片, 利用驻波管可以对五模超构材料在不同波型和不同入射角度条件下的声波传播特性进行测量, 包括吸声系数与透射率等^[41]。然而声驻波管多数为圆柱结构, 这就需将五模超构材料设计加工成声驻波管所需的结构或者对其周围进行填补吸声材料进行测试, 否则在测试的过程中很容易出现声波泄漏, 对测试结果产生影响。

对五模超构材料的水下声波传输特性进行测试可采用如图 22 所示的测试方法与系统^[25], 此系统可以测量五模超构材料水下声波的反射率和透射率。目前对于五模超构材料声学性能的测试主要还是集中在高频波段, 对于低频波段的测试还很少, 主要是因为低频声波的波



图 21 五模超构材料的空气声传输测试系统^[41]

Fig. 21 Air acoustic transmission test system for PMs^[41]

长较长, 在实际测试中, 很难避免绕射声波对测试结果的影响。

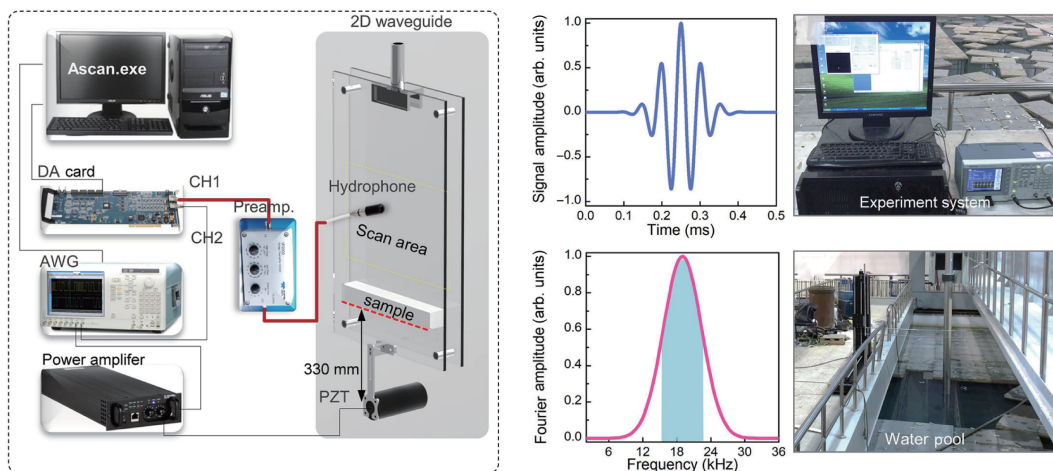


图 22 五模超构材料的水下声传输性能测试系统^[25]

Fig. 22 Underwater acoustic transmission performance test system for PMs^[25]

5 结 语

局域共振型五模超构材料不仅可以得到完整的声子带隙, 而且可以将声子带隙降低到 100 Hz 以下的低频区域, 其第一带隙的相对带宽、单模区域也得到了很大的提高。通过分析局域共振型五模超构材料的上界和下界频率处的振动模态, 阐述了第一带隙下界频率的调控方法。局域共振型五模超构材料的晶格常数 a 比其第一带隙对应的工作波长小两个数量级。这意味着, 局域共振型五模超构材料为利用小尺寸五模超构材料控制长波长声波提供了可能, 并且可以有效地减小五模超构材料声学器件的尺寸和重量。此外, 局域共振型五模超构材料的品质因数也得到了提升。虽然对局域共振型五模超构材料已经进行了初步的研究, 但仍有很多关键问题需要进一步的研究。

(1) 构建和设计新型局域共振型五模超构材料原胞

结构。现有的局域共振型五模超构材料是基于面心立方点阵构建的三维微结构, 基元具有较好的空间结构对称性, 降低或改变其结构对称性, 以设计具有更大各向异性调节能力、更宽完全声子带隙、更易于加工制备的新型原胞结构是一个值得研究的问题。

(2) 高效模拟算法及优化。鉴于局域共振型五模超构材料的低体积填充率和其复杂的微结构形状, 对于多周期局域共振型三维五模超构材料, 采用直接有限元离散需要大量资源而且耗时较长, 尤其是对声波传输数进行特性值计算工作量巨大, 进一步建立快速高效的数值模拟算法至关重要。

(3) 复合材料局域共振型五模超构材料的制备及低频声学实验验证。复合材料局域共振型五模超构材料的材料和加工方法还受到一定的条件限制, 其工程验证也需要解决如何实现高精度大尺寸快速加工、结构脆裂不耐压等问题。此外, 对五模超构材料器件的声学传输特

性测试一般都在高频波段, 其声学低频波段的声学传输特性测试方法还需进一步的设计。

参考文献 References

- [1] MILTON G W, CHERKAEV A V. *Journal of Engineering Materials and Technology*[J], 1995, 117: 483-493.
- [2] NORRIS A N. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*[J], 2008, 464: 2411-2434.
- [3] 王兆宏, 蔡成欣, 楚杨阳, 等. *光电工程*[J], 2017, 44(1): 34-48.
WANG Z H, CAI C X, CHU Y Y, *et al.* *Opto-Electronic Engineering* [J], 2017, 44(1): 34-48.
- [4] 陈毅, 刘晓宇, 向平, 等. *力学进展*[J], 2016, 46(1): 382-434.
CHEN Y, LIU X N, XIANG P, *et al.* *Advances in Mechanics*[J], 2016, 46(1): 382-434.
- [5] NORRIS A N, NAGY A J. *Metal Water: A Metamaterial for Acoustic Cloaking*[C]// *Proceedings of Phononics 2011*. Santa Fe, New Mexico, USA; 2011: 112-113.
- [6] GOKHALE N H, CIPOLLA J L, NORRIS A N. *Journal of the Acoustical Society of America*[J], 2012, 132: 2932-2941.
- [7] SCANDRETT C L, BOISVERT J E, HOWARTH T R. *Journal of the Acoustical Society of America*[J], 2010, 127: 2856-2864.
- [8] SCANDRETT C L, BOISVERT J E, HOWARTH T R. *Wave Motion* [J], 2011, 48: 505-514.
- [9] XIAO Q J, WANG L, WU T, *et al.* *Applied Mechanics & Materials* [J], 2014, 687-691: 4399-4404.
- [10] 张向东, 陈虹, 王磊, 等. *物理学报*[J], 2015, 64(13): 198-205.
ZHANG X D, CHEN H, WANG L, *et al.* *Acta Physica Sinica*[J], 2015, 64(13): 198-205.
- [11] ZHAO A, ZHAO Z, ZHANG X, *et al.* *Applied Physics Letters*[J], 2017, 110(1): 011907.
- [12] CHEN Y, LIU X N, HU G K. *Scientific Reports*[J], 2015, 5: 15745.
- [13] CHEN Y, LIU X N, HU G K. *Journal of the Acoustical Society of America*[J], 2016, 140(5): EL405-EL409.
- [14] LU Z M, CAI L, WEN J H, *et al.* *Acta Physica Sinica*[J], 2016, 65: 174301.
- [15] CHEN J G, LIU J H, LIU X Z. *AIP Advance*[J], 2018, 8: 085024.
- [16] XU X C, WANG C, SHOU W, *et al.* *Physical Review Letters*[J], 2020, 124: 114301.
- [17] NASSAR H, CHEN Y Y, HUANG G L. *Physical Review Letters*[J], 2020, 124: 084301.
- [18] KADIC M, BÜCKMANN T, STENGER N, *et al.* *Applied Physics Letters*[J], 2012, 100: 191901.
- [19] MARTIN A, KADIC M, SCHITTNY R, *et al.* *Physical Review B*[J], 2012, 86: 155116.
- [20] KADIC M, BÜCKMANN T, SCHITTNY R, *et al.* *New Journal of Physics*[J], 2013, 15(2): 023029.
- [21] KADIC M, BUCKMANN T, SCHITTNY R, *et al.* *Physical Review Applied*[J], 2014, 2(5): 054007.
- [22] SCHITTNY R, BÜCKMANN T, KADIC M, *et al.* *Applied Physics Letters*[J], 2013, 103(23): 483-491.
- [23] TIAN Y, WEI Q, CHENG Y, *et al.* *Applied Physics Letters*[J], 2015, 107(22): 221906.
- [24] SU X S, NORRIS A N, CUSHING C W, *et al.* *Journal of the Acoustical Society of America*[J], 2017, 141(6): 4408-4417.
- [25] CHEN Y, HU G K. *Physical Review Applied*[J], 2019, 12: 004046.
- [26] SUN Z Y, JIA H, CHEN Y, *et al.* *Journal of the Acoustical Society of America*[J], 2018, 143: 1029.
- [27] CAI C X, GUO R, WANG X M, *et al.* *Journal of Applied Physics* [J], 2020, 127(12): 124903.
- [28] CAI C X, WANG Z H, LI Q W, *et al.* *Journal of Physics D: Applied Physics*[J], 2015, 17: 175103.
- [29] WANG Z H, CAI C X, LI Q W, *et al.* *Journal of Applied Physics* [J], 2016, 120(2): 024903.
- [30] CAI C X, WANG Z H, CHU Y Y, *et al.* *Journal of Physics D: Applied Physics*[J], 2017, 50: 415105.
- [31] CAI C X, HAN C, WU J F, *et al.* *Journal of Physics D: Applied Physics*[J], 2019, 52: 045601.
- [32] 王兆宏, 李青蔚, 蔡成欣, 等. *声学学报*[J], 2017, 42(5): 610-618.
WANG Z H, LI Q W, CAI C X, *et al.* *Acta Acustica*[J], 2017, 42(5): 610-618.
- [33] HUANG Y, LU X G, LIANG G Y, *et al.* *Journal of Applied Physics* [J], 2017, 12(12): 125110.
- [34] GAO N S, WEI Z Y, HOU H, *et al.* *Journal of the Acoustical Society of America*[J], 2019, 145(1): EL79-EL83.
- [35] GAO N S, ZHANG Y Y. *Journal of Vibration and Control*[J], 2019, 25(3): 538-548.
- [36] GAO N S, WEI Z Y, ZHANG R H, *et al.* *Applied Acoustics*[J], 2019, 154: 68-76.
- [37] GAO N S, GUO X Y, CHENG B Z, *et al.* *IEEE Access*[J], 2019, 7: 124141-124146.
- [38] 温熙森, 温激鸿, 郁殿龙, 等. *声子晶体*[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009.
WEN X S, WEN J H, YU D L, *et al.* *Phononic Crystals*[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2009.
- [39] AMENDOLA A, SMITH C J, GOODALL R, *et al.* *Composite Structures*[J], 2016, 142: 254-262.
- [40] HLADKY-HENNION A C, VASSEUR J O, HAW G, *et al.* *Applied Physics Letters*[J], 2013, 102: 144103.
- [41] CHEN H, ZENG H, DING C, *et al.* *Journal of Applied Physics*[J], 2013, 113(10): 509.

(编辑 惠琼)