

特约专栏

# 声学超表面及其声波调控特性研究

楚杨阳<sup>1</sup>, 王兆宏<sup>2</sup>, 蔡成欣<sup>3</sup>

(1. 郑州轻工业大学软件学院, 河南 郑州 450001)

(2. 西安交通大学电子科学与工程学院 电子物理与器件教育部重点实验室, 陕西 西安 710049)

(3. 河南工业大学信息科学与工程学院 粮食信息处理与控制教育部重点实验室, 河南 郑州 450001)

**摘要:** 声学超材料作为近年来研究的一个新兴领域, 极大地拓宽了声学材料在各个领域的应用, 声学超表面作为声学超材料的一个分支, 近几年也受到了国内外研究者的广泛关注。声学超表面是一种由超材料结构单元阵列构成的基于亚波长尺寸的新型声学超材料, 能够利用广义 Snell 定理实现对反射声波或透射声波的定向调控, 具有利用亚波长厚度调控声波的独特优势。由于其具有结构简单、物理特性丰富独特、对声波灵活有效调控等特点, 成为了超材料研究中的热点课题。从超表面的概念出发, 以折叠空间型超表面、五模式超表面、非结构化超表面为基础, 详细介绍了几种常见结构单元的设计方法, 及其对声波调控的物理机制, 实现诸如负折射、声聚焦及声非对称传输等功能。此外, 简略探讨了声学超表面有待解决的问题, 以期后续研究提供参考。

**关键词:** 声学超表面; 折叠空间型超表面; 五模式超表面; 非结构化超表面; 声波调控

**中国分类号:** O429 **文献标识码:** A **文章编号:** 1674-3962(2021)01-0048-09

## Research on Acoustic Metasurface and Its Acoustic Wave Control Characteristics

CHU Yangyang<sup>1</sup>, WANG Zhaohong<sup>2</sup>, CAI Chengxin<sup>3</sup>

(1. College of Software Engineering, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450001, China)

(2. Key Laboratory for Physical Electronics and Devices of the Ministry of Education, School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

(3. Key Laboratory of Grain Information Processing and Control of the Ministry of Education, College of Information Science and Engineering, Henan University of Technology, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** Acoustic metamaterials as an emerging field of research in recent years, have greatly expanded the application of acoustic materials in various fields. Acoustic metasurfaces, a branch of acoustic metamaterials, have also received extensive attention from both domestic and foreign researchers. Acoustic metasurface composed of an array of metamaterial structural units based on sub-wavelength dimension is a new type of acoustic metamaterial. It can use the generalized Snell's law to achieve certain directional control of reflected or transmitted sound wave, and it has the unique advantage of using sub-wavelength thickness to control sound wave. Due to its simple structure, rich and unique physical characteristics, and flexible, effective control of acoustic wave, it has become a hot topic in the research of metamaterials. This article first introduced the concept of metasurface, then the design method of common structural units and the physical controlling mechanism of acoustic wave to realize negative refraction, sound focusing and asymmetric sound transmission based on folded space metasurface, pentamode metasurface and unstructured metasurface were elaborated in detail. Finally, the future problems related to the acoustic metasurface were discussed briefly, hoping to provide valuable information for the future study.

**Key words:** acoustic metasurface; folded space metasurface; pentamode metasurface; unstructured metasurface; acoustic wave controlling

收稿日期: 2020-07-15 修回日期: 2020-10-12

第一作者: 楚杨阳, 男, 1989年生, 讲师,

Email: yangchu@zzuli.edu.cn

通讯作者: 王兆宏, 女, 1976年生, 教授, 博士生导师,

Email: zhwang@mail.xjtu.edu.cn

DOI: 10.7502/j.issn.1674-3962.202007020

## 1 前言

声波是一种为人们所熟悉的纵波, 是能量在空间传递的一种重要表现形式, 广泛存在于自然界中并与人类

日常生活息息相关。声波通过物体的振动产生，往往是杂乱无章的，有时甚至是有害的，这就需要通过一些技术手段对其进行调控。例如，车辆发生碰撞后产生的冲击波，需要通过汽车上安装的保险杠等对其进行吸收，为乘客提供安全保障；雷达产生的探测声波，需要在战机上覆盖一些经过特殊结构设计材料实现对多波段隐身，为作战人员与作战设备提供生存保障等。因此，为提高国防安全、改善人们的生活环境，需要设计各种各样的人工材料和技术手段来实现对声波的调控，包括减振降噪、声隐身、声隔离、声定向传输等。声学超材料是一种以弹性波/声波为调控对象的人工材料/结构，由于其表现出的一些不同寻常的性质和现象而备受关注。

声学超材料是通过人为设计形成声学微结构，使其具有天然材料所不具备的超常物理特性。这些特性使得声学超材料的设计具有很大的灵活性，精心设计的微结构具备负的等效质量和等效模量等奇异的特性，极大地拓宽了声学材料在各个领域的应用。由于其奇特的物理效应，使得它在减振降噪、声隐身、声通信和声学功能器件等方面具有广阔的应用前景<sup>[1-3]</sup>，同时也为声波的控制提供了更强大的设计理论和工具。

声学超表面作为声学超材料的一个分支，近几年也受到了国内外研究者的广泛关注。声学超表面<sup>[4]</sup>是通过类比光学超表面进行设计的，是一种具有深度亚波长厚度，并且能够对透射波和反射波进行任意调控的超材料。超表面通常是由一系列亚波长结构微单元组成的，通过改变微结构的尺寸使得其在沿表面方向产生非连续的相位变化，使得相位在  $0 \sim 2\pi$  范围内离散分布，利用广义 Snell 定理对其进行调制，实现对声波波阵面的操控，进而达到调控透射波或反射波传输方向的目的。与传统的声学超材料相比，其具有设计灵活、亚波长厚度、平面结构特性和可完全操控声波传播等优势，从而成为了人们对声波调控的研究热点。

## 2 广义 Snell 定理

由经典声学理论可知，当光波或者声波入射到两种不同的介质界面时，其入射角与反射角之间的关系遵守 Snell 定理。Snell 定理阐述了声波的入射角和反射角相等以及入射角和折射角之间的关系。2011 年，广义 Snell 定理首次在光学上被提出，当两种介质界面之间存在相位突变，声波入射到界面时，由于相位突变的调制使其不再遵循 Snell 定理，反射角不再等于入射角，折射角度也发生改变，产生异常透射等现象。通过在表面处引入相位突变，并对其进行调制，可以实现对声波波阵面的人为操控，当表面为亚波长厚度时称为超表面<sup>[9]</sup>。通过在

材料界面处对结构单元进行设计，引入共振单元，入射波在入射或者折射界面处满足广义 Snell 定理，产生异常折射等现象，其基本原理如图 1 所示。

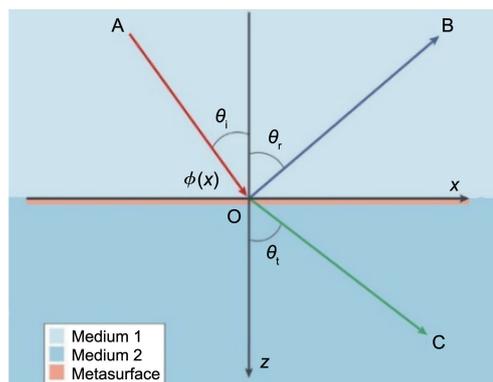


图 1 广义 Snell 定理原理示意图<sup>[9]</sup>

Fig. 1 Schematic diagram of the generalized Snell's law<sup>[9]</sup>

当一个平面波入射到人工构造的超结构(即超表面)之后，在界面处存在额外的相位分布，形成的透射波或者反射波有一个相位突变。如果超表面位于  $z=0$  的平面处，反射波或者透射波经过人工表面后都将存在一个额外的相位分布，记为  $\varphi(x)$ ，接下来根据费马原理来分析反射角与透射角之间的关系。费马原理指出，声波经过表面反射(或折射)后，从 A 点到 B 点(或者从 A 点到 C 点)的声程(定义为物理长度乘以介质的折射率)为最小。根据波动理论可知，声程的差异相当于传播相位的变化，因此费马原理也可以理解为声波在两点(例如 A 和 B(或者 C))的真实路径使相位变小取极小。

对于入射声波与反射声波的情况，当声波从 A ( $x_A, z_A$ ) 点出发，以  $\theta_i$  入射到位于表面  $(x, 0)$  的 O 点，然后经反射后(反射角为  $\theta_r$ )到达位于  $(x_B, z_B)$  的 B 点，声波沿该路径的总相位变化为：

$$\varphi_r(x) = \varphi(x) + k_1 \sqrt{(x - x_A)^2 + z_A^2} + k_1 \sqrt{(x_B - x)^2 + z_B^2} \quad (1)$$

式中， $\varphi(x)$  表示声波在介质界面处的额外相位分布， $k_1$  表示波矢。

为了计算通过点 O 的坐标需要满足的表达式，现将  $\varphi_r(x)$  相对于  $x$  进行求导，并使其等于 0，以使声学路径长度具有最小值，即：

$$\frac{d\varphi_r(x)}{dx} = \frac{d\varphi(x)}{dx} + \frac{\lambda_1(x - x_A)}{2\pi \sqrt{(x - x_A)^2 + z_A^2}} - \frac{\lambda_1(x_B - x)}{2\pi \sqrt{(x_B - x)^2 + z_B^2}} = 0 \quad (2)$$

式中,  $\lambda_1$  表示介质 1 中的波长,  $\lambda_1 = c_1/f$ ,  $c_1$  表示介质 1 中的声速,  $f$  表示声波频率。对式(2)进行化简可得:

$$\frac{d\varphi(x)}{dx} + \frac{\lambda_1}{2\pi}(\sin \theta_i - \sin \theta_r) = 0 \quad (3)$$

因此, 入射角  $\theta_i$  与反射角  $\theta_r$  之间的非线性关系遵循所谓的广义 Snell 定理:

$$\sin \theta_r - \sin \theta_i = \frac{\lambda_1}{2\pi} \frac{d\varphi(x)}{dx} \quad (4)$$

式(4)与传统的镜面反射形成鲜明对比。

当声波从介质 1 中的 A 点出发, 在两种不同介质之间的点 O 处发生折射(折射角为  $\theta_i$ )后到达位于介质 2 中的点 C( $x_C, z_C$ ), 声波沿该路径的总相位变化可以用上面类似的方式推导出:

$$\begin{aligned} \varphi_i(x) = \varphi(x) + \frac{2\pi}{\lambda_1} \sqrt{(x - x_A)^2 + z_A^2} \\ + \frac{2\pi}{\lambda_2} \sqrt{(x_C - x)^2 + z_C^2} \end{aligned} \quad (5)$$

式中,  $\lambda_2$  表示介质 2 中的波长,  $\lambda_2 = c_2/f$ ,  $c_2$  表示介质 2 中的声速。

因此, 通过求解最短声学路径可以获得入射角  $\theta_i$  与折射角  $\theta_r$  之间的关系:

$$\frac{d\varphi_i(x)}{dx} = \frac{d\varphi(x)}{dx} + \frac{2\pi}{\lambda_1} \sin \theta_i - \frac{2\pi}{\lambda_2} \sin \theta_r = 0 \quad (6)$$

通过对式(6)进行化简, 得到广义 Snell 折射定理:

$$\frac{1}{\lambda_2} \sin \theta_r - \frac{1}{\lambda_1} \sin \theta_i = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(x)}{dx} \quad (7)$$

如果  $\varphi(x)$  是一个随  $x$  线性变化的函数, 更具体来说,  $\varphi(x) = \beta x$  时, 式(4)与式(7)可分别简化为:

$$\sin \theta_r - \sin \theta_i = \frac{\lambda_1}{2\pi} \beta \quad (8)$$

$$\frac{1}{\lambda_2} \sin \theta_r - \frac{1}{\lambda_1} \sin \theta_i = \frac{1}{2\pi} \beta \quad (9)$$

在这种情况下, 反射波或者透射波的反射角或者折射角将固定, 从而产生了受广义 Snell 定理支配的异常反射和折射。根据广义 Snell 定理可知, 声波以  $+\theta_i$  和  $-\theta_i$  的角度入射超表面时产生的反射角或者折射角是不同的, 这与天然介质传统界面的情况有本质上的不同。若介质界面处的额外相位分布  $\varphi(x)$  是一个随  $x$  非线性变化的函数, 那么声波经过超表面后的反射角或折射角与界面的位置有关。因此这一理论表明, 可以通过控制非线性函数  $\varphi(x)$  实现对反射波或透射波传输方向的调控。

### 3 声学超表面的设计原理及其应用

超表面由一维或二维亚波长单元阵列构成, 在近期

的研究中, 常见的设计形式有折叠空间型超表面<sup>[10-18]</sup>、五模式超表面<sup>[19-24]</sup>、非结构化超表面<sup>[25-29]</sup>等。由于超表面可以在界面处提供任意的相位, 因此可以通过重构声波传播路径实现各种新奇独特的声学效应, 如: 负折射<sup>[12, 16, 20, 30]</sup>、声聚焦<sup>[11, 19, 21, 31-33]</sup>、非对称传输<sup>[14, 15, 22, 27, 34]</sup>等。对于几种典型的超表面, 下文将详细介绍它们的设计结构与可能的应用, 并对其机制进行分析。

#### 3.1 折叠空间型超表面

设计声学超表面时, 通过改变超表面单元的某一结构参数, 实现  $0 \sim 2\pi$  范围的离散相移。反射声波的相位相对于入射声波存在一定的相移, 折叠空间结构利用声波在细长的折叠通道中的传播, 使得结构的等效折射率远大于空气, 相移的大小与折叠通道的长度有关, 因此通过调整折叠通道可以在亚波长尺度下实现覆盖  $0 \sim 2\pi$  内的相位调控<sup>[35, 36]</sup>。本文以 2012 年南京大学程建春等提出的具有相位梯度的迷宫式折叠空间结构超表面为例<sup>[11]</sup>, 如图 2 所示, 对其设计原理进行简要介绍。图 2a 为基于空间折叠的人工声学超表面结构单元, 该结构是通过将相同的薄铜条(黄色部分, 宽度  $w$ , 长度  $l$ )浸入空气中形成流体通道(白色部分, 宽度  $d = a - 2w - l$ )形成的。作为标量波, 声波从入口 A 进入结构后会大致沿着蓝色箭头方向传播, 最终从出口 B 出射, 在这种情况下, 当声波通过超表面结构时, 相比于从点 A 到点 B 的直线距离  $a$ , 其传播距离被极大地延长, 传播相位严重延迟, 因此折叠空间型的通道可被等效为由高折射率介质构成的直管(如图 2b 所示)。声波的相位延迟表达式为  $\varphi = kL$ , 其中  $k$  是声波矢,  $L$  为声波的传播距离。因此, 可以通过调节结构参数  $l$  或者  $a$  以及铜条的数量来调节传播距离  $L$ , 以便有效地控制声波的相位延迟。利用一系列亚波长结构微单元, 使得相位在  $0 \sim 2\pi$  范围内离散分布, 进而实现对声波波阵面的调控, 这就是利用折叠空间型超表面结构调控相位的基本原理。图 3a 和 3b 显示了另外两种典型的折叠空间结构设计形式, 分别为卷曲式<sup>[12]</sup>和螺旋式<sup>[13]</sup>

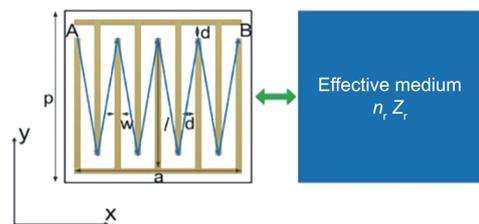


图 2 迷宫式折叠空间型超表面, 其可被等效为折射率为  $n_r$ 、声阻抗为  $Z_r$  的直管道<sup>[11]</sup>

Fig. 2 The folded space metasurface can be equivalent to a straight pipe with a refractive index of  $n_r$  and an acoustic impedance of  $Z_r$ <sup>[11]</sup>

折叠空间结构。设计原理与迷宫式折叠空间结构相同，通过调节设计的结构参数，实现对透射波的相位调控。

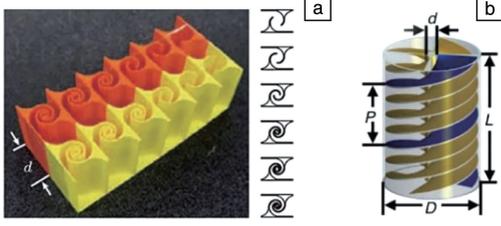


图 3 两种典型的折叠空间结构示意图：(a) 卷曲式结构<sup>[12]</sup>，(b) 螺旋式结构<sup>[13]</sup>

Fig. 3 Schematic diagram of two typical folded space structures: (a) curly structure<sup>[12]</sup>, (b) helical structure<sup>[13]</sup>

利用超表面结构实现声波的异常折射是折叠型超表面的一个重要特性<sup>[12]</sup>。声波入射超表面时入射波和传输波之间的关系遵循 Snell 定理，折射角可以表示为：

$$\theta_t = \arcsin\left(\sin \theta_i + \frac{\lambda}{2\pi} \frac{d\varphi}{dx}\right) \quad (10)$$

由于  $\varphi = kL$ ，因此控制非线性函数  $\varphi(x)$ ，可以实现对折射声波的控制，实现声波的异常折射，如图 4a 所示。另外，通过变化入射角和相位梯度可以实现  $\theta_t < 0$ ，即声波通过超表面后呈现负折射特性，如图 4b 所示。

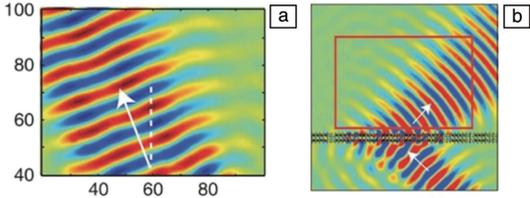


图 4 声波通过超表面的透射声场分布图<sup>[12]</sup>：(a) 异常透射现象，(b) 负折射现象

Fig. 4 Distribution of the transmitted acoustic field<sup>[12]</sup>: (a) anomalous transmission phenomenon, (b) negative refraction phenomenon

声聚焦透镜<sup>[11]</sup>是折叠型超表面的另一个重要应用，通过设计超表面基本单元后，可以构建形成特定的声场。具体设计方式为：① 根据所需形成的声场适当设计垂直于透镜轴  $y$  方向上，折射率  $n(y)$  的分布。为了不产生相差，垂直于透镜轴的折射率满足双曲正割函数，如式 (11) 所示：

$$n(y) = n_0 \operatorname{sech}(\alpha y) \quad (11)$$

式中， $\alpha$  表示梯度折射率系数，可以表示为：

$$\alpha = 1/h \cos h^{-1}(n_0/n_h) \quad (12)$$

式中， $h$  表示声透镜的半高， $n_0$  表示透镜中心处的折射率， $n_h$  表示透镜边缘折射率。因此，焦点沿透镜轴的位置见式 (13)：

$$x_f = d - \frac{y(d)}{y'(d)} \sqrt{\frac{1 - [y'(d)]^2 \{n^2[y(d)] - 1\}}{n^2[y(d)]}} \quad (13)$$

其中， $d$  和  $y$  分别表示透镜的厚度和光束轨迹。图 5a 给出了式 (13) 描述的沿  $y$  方向的折射率分布图。② 得到所需的空间折射率分布后，可以得到相应的相位分布，调整基本单元的结构参数，对相位分布进行离散化，最终构建声学超表面。图 5b 给出了声波经超构表面后的透射声场分布图，可以看出当声波入射超表面后，形成所需的波阵面，得到理论上设计的聚焦声场。

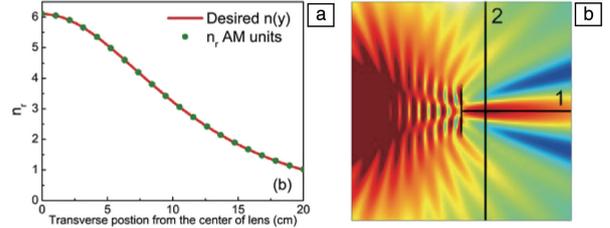


图 5 聚焦透镜<sup>[11]</sup>：(a) 沿  $y$  方向的折射率分布图，(b) 透射声场分布图

Fig. 5 The focusing lens<sup>[11]</sup>: (a) refractive index profile along the  $y$  direction, (b) distribution of transmitted acoustic field

利用折叠空间型超表面构建声二极管，实现声非对称传输<sup>[14, 15]</sup>，也是超表面一个重要的应用。在超表面中引入适当的定制损耗，已被证明是实现声学非对称传输的一种方法。考虑到相位梯度和周期性光栅效应对超表面的影响，当声波入射到周期性声学超表面结构时，透射声波应遵循广义 Snell 定理<sup>[15]</sup>：

$$k_0(\sin \theta_t - \sin \theta_i) = \frac{d\varphi(x)}{dx} + mG \quad (14)$$

式中， $m$  是与周期光栅相关的衍射阶数， $\varphi(x)$  表示声波在介质界面处的额外相位分布， $G = 2\pi/d$  为倒格矢， $d$  为超表面单元周期长度。然而由于引入的相位梯度有方向性，当声波斜入射超表面后，透射角见式 (15)：

$$\begin{cases} k_0 \sin \theta_{t+} = \frac{d\varphi(x)}{dx} + mG + k_0 \sin \theta \\ k_0 \sin \theta_{t-} = \frac{d\varphi(x)}{dx} + mG - k_0 \sin \theta \end{cases} \quad (15)$$

式中， $\theta_{t+}$  和  $\theta_{t-}$  分别表示声波正向入射和反向入射时的透射角。在不考虑周期调制时，当选择合适的相位梯度  $d\varphi(x)/dx$  和入射角  $\theta_i$  时，可使得正向和反向透射角为：

$$\begin{cases} k_0 \sin \theta_{t+} = \frac{d\varphi(x)}{dx} + mG + k_0 \sin \theta > k_0 \\ k_0 \sin \theta_{t-} = \frac{d\varphi(x)}{dx} + mG - k_0 \sin \theta < k_0 \end{cases} \quad (16)$$

从式中可以看出,反向声波入射超表面后,透射声波为倏逝波无法传播,当在超表面中引入合适的粘滞耗散时,可使得衍射模式的能量大大耗散,最终导致声学截止态(图 6b)<sup>[15]</sup>。而正向入射时,透射声波将按照预定的角度出射,形成声学导通态,如图 6a 所示,这样就使得超表面具有了声非对称传输的特性。这种设计显示了声学超表面在作为动态可调声学二极管在声学通信中的潜在应用。

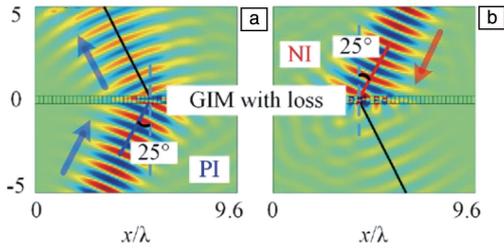


图 6 声波正向入射(a)和反向入射(b)带有损耗的超表面结构时声压分布图<sup>[15]</sup>

Fig. 6 Sound pressure distribution diagram for forward incidence (a) and reverse incidence (b) of sound wave into the metasurface with loss<sup>[15]</sup>

另外还可以通过折叠空间型超表面和另一种结构组成的装置实现非对称传输,如图 7a 所示<sup>[34]</sup>。该装置由两层结构组成:近零折射率超表面(ZIM)和梯度折射率超表面(GIM),两者在工作频率下均具有亚波长厚度。当平面波直入 GIM 时,传输的波将以广义 Snell 定理规定的角度传播,当声波到达 ZIM 和 GIM 之间的界面时,如果入射角大于 ZIM 的临界角,则会发生全反射,如图 7b 所示;当声波从反方向正入射时,入射声波将顺利通过 ZIM,然后经过 GIM 透射,如图 7c 所示;这样该装置在

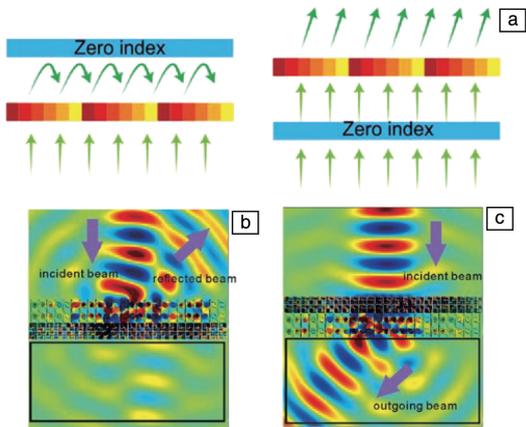


图 7 非对称传输结构示意图(a),不同方向入射时的声压分布图(b, c)<sup>[34]</sup>

Fig. 7 Schematic diagram of asymmetric transmission structure (a), sound pressure distribution diagrams with different incident direction (b, c)<sup>[34]</sup>

一定的频率范围内就实现了声波的非对称传输。将超表面的概念用于声单向器件,为其设计和应用开辟了新的途径,这些设计为将其应用于管道医学超声治疗、噪声控制、隔声窗、建筑声学等方面提供了可能。

### 3.2 五模式超表面

折叠型声学超表面有两个重要的限制:①带宽较窄,这是由于广义 Snell 定理是与频率相关的,超表面结构仅能在有限的窄带频率范围内工作;②由于仅考虑相位需求而忽略了阻抗匹配,超表面和背景介质之间的阻抗失配将导致较大的能量损耗,使得工作性能大大降低。基于五模式结构单元构建的声学超表面,其有效参数取决于结构参数,可以进行单独的调节,因此这对于构建阻抗匹配的声学超表面、获得较宽的工作带宽提供了可能。基于五模式超材料和频率独立的广义 Snell 定理,五模式声学超表面被提出<sup>[19]</sup>,如图 8 所示。

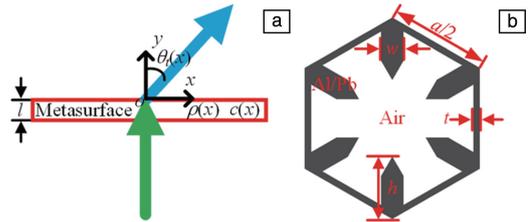


图 8 五模式超表面结构图<sup>[19]</sup>

Fig. 8 Schematic diagram of pentamode metasurface<sup>[19]</sup>

利用五模式超材料的横向梯度速率代替梯度相位,从而获得与频率无关的 Snell 定理。因此,当声波入射到超表面上时,声波积累的传输相位可以表示为式(17):

$$\varphi(x) = l c_0 k_0 / c(x) \tag{17}$$

式中,  $c(x)$  表示横向( $x$  方向)梯度速率,  $l$  表示超表面结构的厚度( $y$  方向),  $c_0$  表示背景介质速率,  $k_0$  表示入射波波矢,于是广义 Snell 定理可以表示为式(18):

$$\sin \theta_t - \sin \theta_i = l c_0 d[1/c(x)]/dx \tag{18}$$

由式(18)可以看出,式中不再含有与频率相关的项,透射角由  $1/c(x)$  的梯度变化决定,因此通过适当设计  $1/c(x)$  的梯度变化,入射波可以在较宽的频率范围内沿预定的方向折射,使得超表面在宽频范围内实现对声波的调控。另外,为了使超表面具有较高的传输效率,需要满足超表面单元声阻抗与背景介质(密度为  $\rho_0$ 、速率为  $c_0$ 、声阻抗为  $z_0$ )声阻抗相匹配的条件。五模式超表面的声阻抗与密度和波速之间的关系见式(19):

$$z_i = \rho_i c_i \tag{19}$$

式中,  $z_i$  表示五模式超材料单元的声阻抗,  $\rho_i$  表示五模式超材料单元等效密度,  $c_i$  表示无五模式超材料单元等效速率,  $i$  表示五模式超材料单元结构,分别为 1, 2, ...。

因此阻抗匹配需满足式(20)：

$$z_0 = z_i \text{ 即 } \rho_0 c_0 = \rho_i c_i \quad (20)$$

故五模式超结构的等效密度  $\rho_i$  和等效速率  $c_i$  之间的关系可以表示为：

$$\rho_i = \frac{\rho_0 c_0}{c_i} \quad (21)$$

由式(21)可知，通过调节五模单元的等效速率  $c_i$  可以实现超表面单元与背景介质之间的声阻抗匹配，使得超表面具有较高的传输效率。综合式(18)和式(21)分析可知，通过调节五模晶胞的结构参数可以实现超表面在较宽频率范围内高效地调控声波。

利用五模式超表面设计声透镜可以在宽频范围内实现声聚焦<sup>[21]</sup>。对于焦点在  $(0, y_0)$  的声透镜，如图 9a 所示，折射角应满足式(22)：

$$\sin \theta_i(x) = -x / \sqrt{x^2 + y_0^2} \quad (22)$$

对应的速率分布方程为式(23)：

$$1/c(x) = -\sqrt{x^2 + y_0^2}/lc_0 + C_2 \quad (23)$$

式中， $C_2$  为常数，可由式(23)进一步求得其等效折射率分布如图 9b 所示；然后根据获得的超表面的等效速率，可由式(21)求出对应五模式结构单元的等效密度；最后，通过调节结构参数，得到所需的等效速率和等效密度。将五模结构单元组合为五模式超表面，当声波入射超表面后，可以实现声波的聚焦，如图 9c 所示。

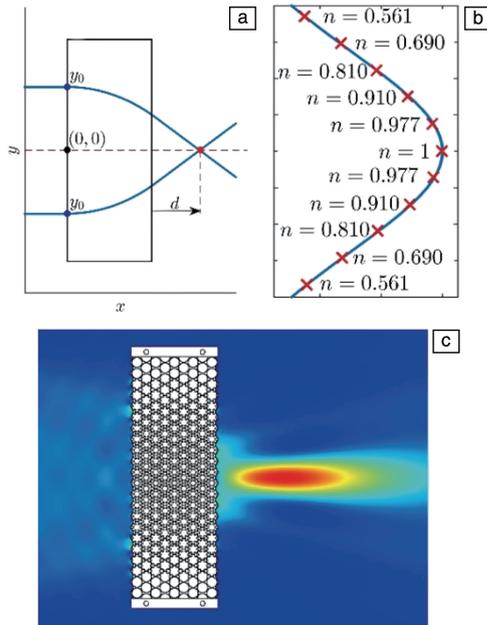


图 9 五模式声透镜设计图<sup>[21]</sup>：(a) 五模式声透镜聚焦示意图，(b) 折射率分布图，(c) 透镜在  $f=20$  kHz 时的聚焦示意图

Fig. 9 Schematic diagram of pentamode acoustic lens<sup>[21]</sup>：(a) pentamode acoustic lens under focusing, (b) refractive index distribution, (c) lens focusing at  $f=20$  kHz

利用五模式超表面还可以在宽频范围内实现声波的非对称传输<sup>[22]</sup>。考虑到在超表面中引入的梯度  $1/c(x)$  具有方向性，当声波以  $\theta_i (\theta_i \neq 0)$  角度斜入射超表面时，在正向入射和反向入射两种不同情况下(图 10)，透射声波的传输角不同，式(18)可以表示为：

$$\begin{cases} \sin \theta_{t+} = \sin \theta_i + lc_0 d[1/c(x)]/dx \\ \sin \theta_{t-} = \sin \theta_i - lc_0 d[1/c(x)]/dx \end{cases} \quad (24)$$

式中， $\theta_{t+}$  与  $\theta_{t-}$  分别表示正向入射与反向入射时透射波的传输角度。

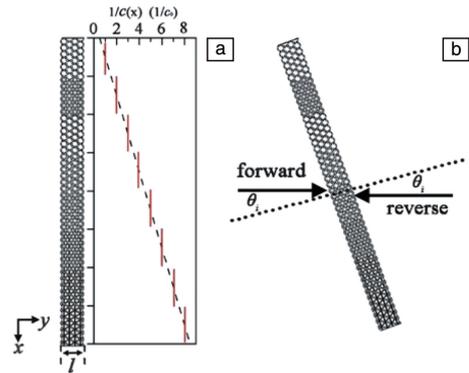


图 10 声波以  $\theta_i (\theta_i \neq 0)$  角度正向入射和反向入射超表面示意图<sup>[22]</sup>：(a) 超表面结构图，(b) 声波斜入射超表面示意图

Fig. 10 Schematic diagram of metasurface with forward incidence and reverse incidence of acoustic wave with incident angle of  $\theta_i$ <sup>[22]</sup>：(a) the structure of the metasurface, (b) the oblique incidence of acoustic wave into the metasurface

由于， $d[1/c(x)]/dx$  及超表面的厚度  $l$  大于 0，因此正向传输角度  $\theta_{t+}$  和反向传输角度  $\theta_{t-}$  是不同的，超表面对正向和反向传输的声波呈现非对称传输特性。

如果声波的入射角度满足式(25)：

$$\sin \theta_i < lc_0 d[1/c(x)]/dx \text{ 即 } \sin \theta_{t-} < 0 \quad (25)$$

此时反向传输的透射声波将呈现出负折射的特性(图 11b)。这时超表面表现出正向入射时正折射(图 11a)，而反向入射时负折射的非对称传输特性。另外，如果声波的入射角满足式(26)：

$$\sin \theta_i + lc_0 d[1/c(x)]/dx \geq 1 \text{ 即 } \sin \theta_{t+} \geq 1 \quad (26)$$

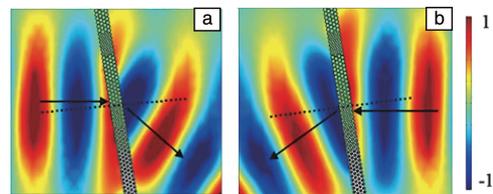


图 11 声波以  $10^\circ$  入射角正向(a)和反向(b)入射情况下的声压分布图<sup>[22]</sup>

Fig. 11 The sound pressure distribution for forward incidence (a) and reverse incidence (b) of acoustic wave with incident angle of  $10^\circ$ <sup>[22]</sup>

此时正向传输的透射声波将沿表面传输, 超表面的非对称传输特性可以表现为正向入射时透射波以表面波形式传输而反向入射的透射波沿特定方向透射传输(图 12)。

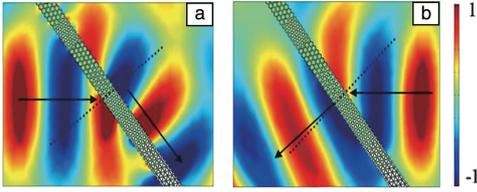


图 12 声波以 40° 入射角正向(a)和反向(b)入射情况下的声压分布图<sup>[22]</sup>

Fig. 12 The sound pressure distribution for forward incidence (a) and reverse incidence (b) of acoustic wave with incident angle of 40°<sup>[22]</sup>

### 3.3 非结构化超表面

非结构化超表面不是通过设计特殊结构来引入相位突变, 而是通过使用自然界存在的材料, 比如改变稀有气体或水的填充率<sup>[25]</sup>, 从而实现需要的等效参数和相位延迟, 这可以认为是超表面的另外一种设计思路。如图 13 所示, 超表面(周期长度为  $d$ ) 由  $m$  个周期性亚结构单元(图中灰色部分代表厚度为  $h$ 、宽度为  $p$  的刚性薄板; 白色部分代表宽度为  $w$  的狭缝,  $d=m(w+p)$ ) 排列而成, 缝里通过填充稀有气体来改变折射率, 相邻结构单元之间具有相同的梯度变化, 每个结构单元透射声波的相位与波矢之间的关系为:

$$\varphi_i = k_i h \quad (27)$$

式中,  $\varphi_i$  是相位,  $k_i$  是波矢,  $h$  是结构单元的厚度,  $i=1, 2, 3, \dots, m$ , 代表结构单元数; 波矢与波速之间的关系为:

$$k_i = \frac{\omega}{c_i} = \frac{2\pi f}{c_i} \quad (28)$$

式中,  $\omega$  是入射声波的角频率,  $f$  是入射声波的频率,  $c_i$  为第  $i$  个结构单元的波速。将式(28)代入式(27)可得:

$$\varphi_i = \frac{2\pi f}{c_i} h = \frac{n_i 2\pi f h}{c_0} \quad (29)$$

由于设计的  $m$  个结构单元的相位覆盖范围须为  $2\pi$ , 因此相邻单元结构之间的相位差为  $2\pi/m$ , 即  $\varphi_i - \varphi_{i-1} = 2\pi/m$ , 所以第  $i$  个结构单元的折射率  $n_i$  可以表示为:

$$n_i = n_0 + \frac{(i-1)\lambda_0}{mh} \quad (30)$$

其中  $n_0$  为背景介质-空气的折射率,  $\lambda_0$  为入射波波长。根据阻抗匹配关系  $z_0 = z_i$  可以得到各个亚结构单元缝内填充物的密度  $\rho_i$  为:

$$\rho_i = \frac{\rho_0 c_0}{c_i} = \left[ n_0 + \frac{(i-1)\lambda_0}{mh} \right] \rho_0 \quad (31)$$

至此, 可以得到各个亚单元缝内的填充物的等效折射率

$n_i$ 、等效密度  $\rho_i$  与空气的折射率  $n_0$  和密度  $\rho_0$  之间的关系。于是可以通过在缝隙内填充不同比例的稀有气体或水以达到所需的密度, 从而获得所需的梯度相位。

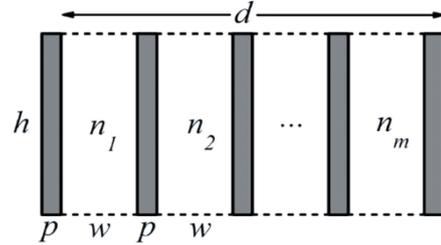


图 13 非结构化超表面示意图<sup>[25]</sup>

Fig. 13 Schematic diagram of the unstructured metasurface<sup>[25]</sup>

通过调整折射率的变化可以实现对相位梯度的调控, 当折射率从低到高变化时, 相位是递增的, 所以相位的梯度变化为正, 即  $d\varphi/dx > 0$ , 相反地, 当折射率从高到低变化时, 相位是递减的, 所以相位的梯度变化为负, 即  $d\varphi/dx < 0$ 。因此, 可以通过调整结构等效折射率的变化, 使得声波通过超表面后能够产生负折射的现象<sup>[29]</sup>, 如图 14 所示。

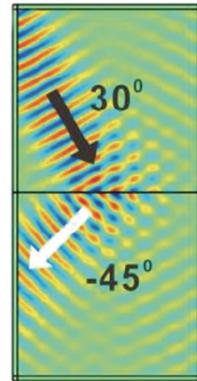


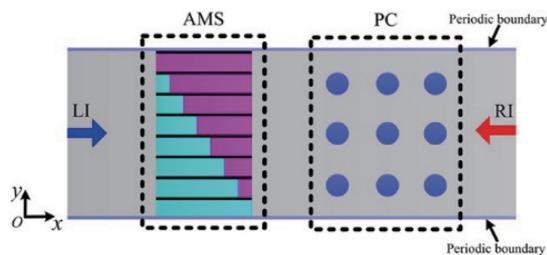
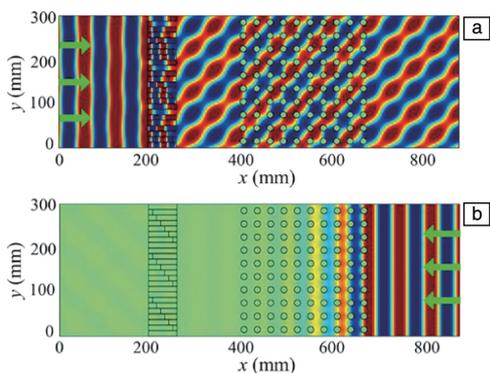
图 14 入射角为 30°, 折射角为 -45° 时的总声压力声场图<sup>[29]</sup>

Fig. 14 The total acoustic pressure field diagram with an incident angle of 30° and a refraction angle of -45°<sup>[29]</sup>

通过组合非结构化超表面和声子晶体也可以在一定范围内实现声非对称传输<sup>[27]</sup>, 其结构如图 15 所示。非结构化超表面位于整个结构的左侧, 能够遵循广义 Snell 定理对声波进行调制, 声子晶体结构位于整个结构的右侧, 具有方向声子带隙。当声波从左侧入射时, 声波通过超表面后沿特定的角度进行传播, 然后通过声子晶体结构, 如图 16a 所示。然而, 当声波从右侧入射时, 由于声子晶体具有一定的方向带隙, 声波将不能正常通过, 如图 16b 所示。因此, 该结构可以实现声波的单向传输, 具有声二极管的特性。

### 3.4 其它声学超表面

除了上述 3 种类型的超表面外, 其它类型的声学超

图 15 非结构化超表面非对称传输特性结构示意图<sup>[27]</sup>Fig. 15 Schematic diagram of unstructured metasurface with asymmetric transmission feature<sup>[27]</sup>图 16 声波左侧(a)和右侧(b)入射超表面的声压分布图<sup>[27]</sup>Fig. 16 The sound pressure distribution for left incidence (a) and right incidence (b) of acoustic wave into the metasurface<sup>[27]</sup>

表面结构也得到了人们的广泛关注。Faure 等<sup>[37]</sup>提出了一种利用渐变的亥姆霍兹谐振器 (helmholtz resonator, HR) 组成的单频地毯式声学隐身超表面, 利用相位补偿原理使得目标物体达到隐身的效果, 并在实验上验证了其隐身效果。南京大学梁彬等<sup>[38]</sup>利用 HR 单元设计了一种耦合共振型声学超表面, 通过调节结构单元, 可以实现全相位范围内调控透射声波相位的同时还具有 92% 以上的透射率; 另外该课题组<sup>[39]</sup>通过改变 HR 单元的进口宽度来调控反射相位, 设计了一种声学超表面施罗德散射体, 可以在一定带宽范围内产生漫反射, 将传统施罗德扩散体的厚度由波长的  $1/2$  减小至  $1/20$ , 使得超表面在建筑声学 and 噪声控制领域具有潜在应用价值。同济大学李勇等<sup>[40]</sup>利用 HR 结构单元设计了一种能够产生声学轨道角动量的声学超表面; 平面声波入射时, 超表面具有调控声波传播速度的特性, 使得出射声场相位沿着一定的角度呈螺旋分布, 从而将平面波转化为透射螺旋波。

2015 年, Cheng 等<sup>[41]</sup>设计了一种可以获得 Mie 共振的圆形迷宫结构, 在亚波长厚度时其隔声量高达 93.4%, 为现代室内建筑在保证通风的同时实现隔声降噪提供了有效途径。2017 年, Tian 等<sup>[42]</sup>基于膜单元和穿孔板结

构, 设计了一种复合声学超表面, 通过对振幅和相位的调制, 使其具有声全息现象。2018 年, Zuo 等<sup>[43]</sup>通过将折叠空间结构设计的可计算傅里叶变换的超表面与反射型计算超表面的结合, 实现了微分、积分、卷积等模拟数学运算; 同年, Zhu 等<sup>[44]</sup>通过类似突变截面管的损耗型单元构建的超表面对反射声波的相位和振幅进行独立解耦调控, 实现了较高质量的全息声成像, 表明超表面在声学传感、声错觉、非接触粒子操纵和医学成像等方面有着广泛的应用前景。

## 4 结 语

声学超表面是近几年来发展起来的一种新型的超薄声学超材料, 相比于三维声学超材料, 它具有亚波长厚度操控声波传播的独特优势, 而且易于集成、损耗低、表面可共形设计, 在声隐身、新型声学器件、声学通信、声学成像等领域具有巨大的应用前景。本文给出了广义 Snell 定理的相关理论推导, 对折叠空间型超表面、五模式超表面、非结构化超表面 3 类超表面的设计方法及其在声波调控方面的物理机制进行了详细介绍, 希望能为声学超表面的研究者提供一定的指导。

尽管声学超表面得到了迅猛的发展, 但在该领域仍面临着诸多挑战, 例如: ① 超表面结构单元设计问题。目前在设计超表面结构单元时, 大多通过调整结构尺寸来获得所需的相移特性, 设计效率较低, 如何快速获得所需特性的超表面结构尚需进一步研究。② 超表面结构的工程应用。目前超表面理论设计较多, 实验验证较少, 在实际的应用中还需要对其力学特性、热学性能等方面进行综合考虑。③ 小型化和轻量化。在对低频声波进行调控时, 超表面结构尺寸较大, 难以实用化, 因此如何将其减薄也是一个难题。从目前超表面的研究现状和面临的挑战可以预见, 声学超表面的研究将会向着低频、宽带、小型化、轻量化、易加工、功能多样化及实用化的方向发展。

## 参考文献 References

- [1] KAFESAKI M, ECONOMOU E N. *Physical Review B*[J], 1999, 60 (17): 11993-12001.
- [2] LI J, LIU Z Y, QIU C Y. *Physical Review B*[J], 2006, 73(5): 54302.
- [3] GAOFFAUX C, MASERI F, VASSERU J O, *et al.* *Applied Physics Letters*[J], 2003, 83(2): 281-283.
- [4] 唐昆. 超表面对声波波前的调控研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2016. TANG K. *Researches on Abnormal Manipulation of Acoustic Wavefront Through Metasurfaces*[D]. Wuhan: Wuhan University, 2016.
- [5] SUN S L, YANG K Y, WANG C M, *et al.* *Nano Letters*[J], 2012, 12

- (12): 6223–6229.
- [6] CHANG T M, DUPONT G, ENOUCHE S, *et al.* *New Journal of Physics*[J], 2012, 14(3): 35011–35039.
- [7] WANG J, JING Y N. *Optics Communications*[J], 2018, 416: 125–129.
- [8] YU N F, GENEVENT P, KATS M A, *et al.* *Science*[J], 2011, 334(6054): 333–337.
- [9] ASSOUAR B, LIANG B, WU Y, *et al.* *Nature Reviews Materials*[J], 2018, 3(12): 460–472.
- [10] LI Y, LIANG B, GU Z M, *et al.* *Scientific Reports* [J], 2013, 3: 2546.
- [11] LI Y, LIANG B, XU T, *et al.* *Applied Physics Letters*[J], 2012, 101(23): 233508.
- [12] XIE Y B, WANG W Q, CHEN H Y, *et al.* *Nature Communications* [J], 2014, 5: 5553.
- [13] ZHU X, LI K, ZHANG P, *et al.* *Nature Communications*[J], 2016, 7: 11731.
- [14] LI Y, SHEN C, XIE Y, *et al.* *Physical Review Letters*[J], 2017, 119(3): 035501.
- [15] JU F, TIAN Y, CHENG Y, *et al.* *Applied Physics Letters*[J], 2018, 113(12): 121901.
- [16] HAN L X, YAO Y W, ZHANG X, *et al.* *Physics Letters A*[J], 2018, 5(385): 357–361.
- [17] WANG W Q, XIE Y B, POPA B I, *et al.* *Journal of Applied Physics* [J], 2016, 120(19): 195103.
- [18] LAN J, LI Y F, LIU X Z. *Applied Physics Letters*[J], 2017, 111(26): 263501.
- [19] TIAN Y, WEI Q, CHENG Y, *et al.* *Applied Physics Letters* [J], 2015, 107(22): 221906.
- [20] HLADKY H A C, VASSEUR J O, HAW G, *et al.* *Applied Physics Letters*[J], 2013, 102(14): 144103.
- [21] SU X S, NORRIS A N, CUSHING C W, *et al.* *Journal of the Acoustical Society of America*[J], 2017, 141(6): 4408–4417.
- [22] CHU Y Y, WANG Z H, XU Z. *Physics Letters A*[J], 2020, 11(382): 126230.
- [23] CHEN J G, LIU J H, LIU X Z. *AIP Advances* [J], 2018, 8(8): 085024.
- [24] SUN Z Y, JIA H, CHEN Y, *et al.* *Journal of the Acoustical Society of America*[J], 2018, 143(2): 1029–1034.
- [25] MEI J, WU Y. *New Journal of Physics*[J], 2014, 16(2): 123007.
- [26] JAHDALI R A, WU Y. *Applied Physics Letters*[J], 2016, 108(3): 82–149.
- [27] SONG A L, CHEN T N, WANG X P, *et al.* *Journal of Applied Physics*[J], 2016, 120(8): 085106.
- [28] ZHAI S L, CHEN H J, DING C J, *et al.* *Applied Physics A*[J], 2015, 120(4): 1283–1289.
- [29] 韩理想. 声学超表面对声波调控的研究[D]. 广州: 广东工业大学, 2018.
- HAN L X. A Study on Acoustic Metasurface for Sound Wave Manipulation[D]. Guangzhou: Guangdong University of Technology, 2018.
- [30] LIU B, ZHAO W, JIANG Y. *AIP Advances* [J], 2016, 6(11): 115110.
- [31] LI P, CHANG Y F, DU Q J, *et al.* *Applied Physics Express* [J], 2020, 13(2): 025507.
- [32] AHMED A, KARIM S, ALPER E. *Physical Review Applied* [J], 2020, 13(6): 064064.
- [33] XIE J, LIANG S, LIU J, *et al.* *Annalen der Physik*[J], 2020, 532(7): 2000035.
- [34] SHEN C, XIE Y B, LI J F, *et al.* *Applied Physics Letters*[J], 2016, 108(22): 223502.
- [35] LIANG Z X, LI J S. *Physical Review Letters* [J], 2012, 108(11): 114301.
- [36] 李勇. *物理*[J], 2017, 046(011): 721–730.
- LI Y. *Physics*[J], 2017, 046(011): 721–730.
- [37] FAURE C, RICHOUX O, FELIX S, *et al.* *Applied Physics Letters* [J], 2016, 108(6): 064103.
- [38] LI Y, JIANG X, LIANG B, *et al.* *Physical Review Applied* [J], 2015, 4(2): 024003.
- [39] ZHU Y, FAN X, LIANG B, *et al.* *Physical Review X*[J], 2017, 7(2): 021034.
- [40] JIANG X, LI Y, LIANG B, *et al.* *Physical Review Letters*[J], 2016, 117(3): 034301.
- [41] CHENG Y, ZHOU C, YUAN B G, *et al.* *Nature Materials*[J], 2015, 14(10): 1013–1019.
- [42] TIAN Y, WEI Q, CHENG Y, *et al.* *Applied Physics Letters* [J], 2017, 110(19): 191901.
- [43] ZUO Y, TIAN Y, WEI Q, *et al.* *Journal of Applied Physics* [J], 2018, 123(9): 091704.
- [44] ZHU Y, HU J, FAN X, *et al.* *Nature Communications*[J], 2018, 9(1): 1632.

(编辑 吴锐)