

引用格式: 张正烨, 董安平, 隋大山, 等. 铸造数值建模过程界面换热系数反算技术研究进展[J]. 中国材料进展, 2025, 44(6): 540–551.

ZHANG Z Y, DONG A P, SUI D S, *et al.* Research Progress on Inverse Calculation Technique of Interfacial Heat Transfer Coefficient in Numerical Modeling of Casting Process[J]. Materials China, 2025, 44(6): 540–551.

铸造数值建模过程界面换热系数反算技术研究进展

张正烨¹, 董安平¹, 隋大山¹, 陈忠奉¹, 桂大兴², 孙宝德^{1,3}

(1. 上海交通大学材料科学与工程学院 上海市先进高温材料及其精密成形重点实验室, 上海 200240)

(2. 上海鑫凝控材料科技有限公司, 上海 201315)

(3. 上海交通大学材料科学与工程学院 金属基复合材料国家重点实验室, 上海 200240)

摘要: 铸造过程数值建模已经成为预测铸造缺陷、优化铸造工艺的一种关键有效工具。界面换热系数是铸造数值建模的重要边界条件之一, 难以通过直接测量获取, 常通过反算技术确定。反算技术具有非线性、计算量大和解不唯一等特性, 增加了反算求解的难度。综述了铸造数值建模过程中界面换热系数反算技术的研究现状和最新进展, 归纳了界面换热系数的主要反算求解方法, 并详细论述了基于反算法的界面换热系数对于铸造过程数值建模精度的影响。探讨了现有反算技术的不足和局限性, 并提出了界面换热系数反算技术的未来研究方向和发展趋势。

关键词: 铸造; 数值建模; 边界条件; 界面换热系数; 反算技术

中图分类号: TG132 **文献标识码:** A **文章编号:** 1674-3962(2025)06-0540-12

Research Progress on Inverse Calculation Technique of Interfacial Heat Transfer Coefficient in Numerical Modeling of Casting Process

ZHANG Zhengye¹, DONG Anping¹, SUI Dashan¹, CHEN Zhongfeng¹,
GUI Daxing², SUN Baode^{1,3}

(1. Shanghai Key Laboratory of Advanced High-Temperature Materials and Precision Forming, School of Materials Science and Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

(2. Shanghai Xinling Control Material Technology Co., Ltd., Shanghai 201315, China)

(3. State Key Laboratory of Metal Matrix Composites, School of Materials Science and Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: Numerical modeling in the casting process has become a key tool for predicting defects and optimizing processes. The interfacial heat transfer coefficient is one of the important boundary conditions in casting numerical modeling, which is difficult to be obtained by direct measurement and is often determined through inverse calculation technique. The inverse calculation technique have characteristics such as nonlinearity, large computational requirements and non-unique solutions, which increase the difficulty of inverse solution. This work reviews the current research status and latest developments of the interfacial heat transfer coefficient inverse calculation technique in casting numerical modeling, summarizes the main inverse

solution methods of the interfacial heat transfer coefficient, and elaborates on the impact of the inverse algorithm-based interfacial heat transfer coefficient in numerical modeling of the casting process. The limitations and shortcomings of the existing inverse calculation technique are discussed, and future research directions and technological development trends are proposed.

Key words: casting; numerical modeling; boundary condition; interfacial heat transfer coefficient; inverse calculation technique

收稿日期: 2023-04-03 修回日期: 2023-12-27

基金项目: 国家科技重大专项(J2019-VI-0004-0117); 中国航空发动机集团产学研合作项目(HFZL2020CXY023)

第一作者: 张正烨, 女, 1999年生, 博士研究生

通讯作者: 董安平, 男, 1977年生, 研究员, 博士生导师,

Email: apdong@sjtu.edu.cn

DOI: 10.7502/j.issn.1674-3962.202304002

1 前言

随着《“十四五”智能制造发展规划》的发布,以及汽车、航空航天、通讯装备等行业的迅速发展,铸造计算机辅助工程技术将借助先进的手段和创新的思维模式不断优化生产过程,进入高速发展的快车道^[1-3]。界面换热系数作为铸造数值建模过程边界条件中的一个重要参数,其准确性直接影响到模拟结果的精度,进而影响对微观组织、力学性能和缺陷发展趋势等后续模拟的准确性。然而,影响界面换热系数的因素复杂繁多,目前尚无法直接测量或采用一个合理的模型进行求解^[4, 5]。为了准确获取铸造建模过程中的界面换热系数,反算技术应运而生。该技术通过结合实验测试、数值模拟和优化技术来获取界面换热系数,已得到广泛应用,并在不断改进和发展。

本文系统介绍了铸造数值建模过程的界面换热系数反算技术的不同求解方法,讨论了不同方法的原理及相应适用范围。并且阐述了界面换热系数反算技术在优化铸造工艺参数以及提高铸件质量方面的具体应用。最后总结了现有界面换热系数反算技术的局限性,并展望了其发展趋势和未来研究方向,旨在为界面换热系数反算技术研究提供参考。

2 界面换热系数反算技术的研究概况

2.1 铸造过程的界面换热系数

在铸造过程中,铸件在冷却凝固时产生体积收缩,而铸型受热膨胀,使得铸型与铸件之间形成一气体层,即铸件/铸型界面层,加上铸型表面的涂料层合称为界面的空气间隙。由于铸件与铸型热膨胀系数不同等多方面原因,铸件与铸型的界面接触状态在凝固过程中不断发生动态变化,导致铸件与铸型界面两侧的温度产生间断和差异^[6]。图1展示了铸件-铸型界面接触的不同情况,当金属液与铸型完全接触,传热主要以接触热传导为主;当液态金属开始凝固,与铸型之间开始出现空气间隙,形成不连续的界面,传热方式主要有辐射传热、空气间隙热传导以及直接接触热传导;当完整空气间隙形成后,传热途径减到两种,一是通过空气间隙的热传导,二是通过辐射换热^[7]。图2展示了金属液浇入铸型后的传热模型示

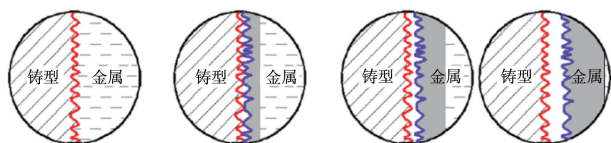


图1 铸件-铸型界面接触的不同情况示意图^[7]

Fig. 1 Schematic diagram of different cases of metal-mold interface contact^[7]

意图。然而,由于这些传热方式的复杂性和无法定量区分的特点,需要建立合适的模型来描述界面换热过程^[8, 9]。

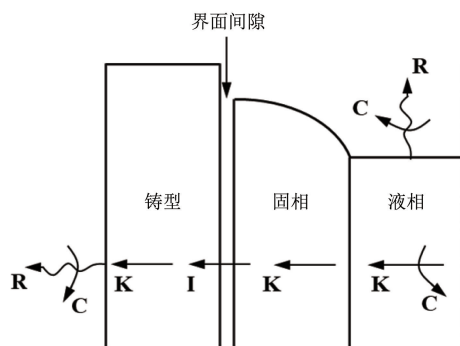


图2 金属液在铸型中凝固过程的传热模型(K-导热, C-对流换热, R-辐射换热, I-界面换热)^[8, 9]

Fig. 2 Heat transfer model of molten metal during solidification process in casting mold (K-heat conduction, C- convection heat transfer, R-radiation heat transfer, I-interface heat transfer)^[8, 9]

为了定量描述界面换热过程,引入了界面换热系数的概念。界面换热系数是指单位面积上的热流量与温度差之比,即:

$$h = q / (T_m - T_{\text{mold}}) \quad (1)$$

其中, h 表示界面换热系数, q 表示单位面积上的热流量, T_m 和 T_{mold} 分别表示金属液体和模具材料的温度。

铸件/铸型的界面换热系数的大小受多方面因素的共同影响,但主要可以概括为以下3个方面的因素。

① 铸件材料本身特性,包括铸件材料的热物性参数、铸件的几何形状及尺寸等。研究表明:对铸件/模具界面间隙层的形成机制起决定性作用的是铸件的界面曲率和几何形状与尺寸^[10-14]。因此,在同一铸件中,在厚度或曲率不同的位置,铸件与模具之间的换热系数会存在差异^[15]。

② 铸型材料本身特性,包括铸型材料的热物性参数、铸型的结构形状尺寸、表面质量以及表面粗糙度等。在实际生产中,与砂型铸型与铸件的界面换热相比,金属模具与铸件界面的换热系数更大。换热系数随着模具材料的热扩散率的升高而升高^[16, 17]。研究发现,铸型材料的表面粗糙度越小,换热系数越大。因此,降低铸型的表面粗糙度会使界面处的换热系数增大^[18, 19]。

③ 铸造工艺过程方面的因素,包括浇注前铸型预热温度、浇注温度,以及铸造过程中使用的涂料种类及厚度、施加的外部压力等^[20]。研究发现,提高金属液的浇注温度或者降低铸型的预热温度通常能够提高界面换热系数。涂层的存在会改变铸件/铸型的接触状况,由于大部分涂料热导率较低,因此涂层的存在会降低铸件铸型界面处的热量的传输,使界面换热系数变小。当涂层厚

度较小时,随着涂层厚度的增加,换热系数的峰值会迅速降低。在没有外部压力的情况下,界面换热系数随着时间推移而降低;在外部施压的情况下,随着压力增加,铸型/铸件之间的界面接触更加良好,有效提高了界面换热系数。

2.2 界面换热系数的反算问题

热传导正问题是指在已知全部材料热物性参数以及完整的初始和边界条件的基础上,对传热微分方程进行相应的求解计算得到温度场分布,其求解过程如图 3 所示^[21, 22]。相比之下,热传导反问题基于热传导正问题而提出,它考虑到实际工程的各个过程中材料的部分热物性参数以及过程的边界条件难以直接获取。通过已知的实验测温数据,反求未知的材料热物性参数或边界条件,这类问题被称为热传导反问题,其求解过程如图 4 所示^[23]。热传导反问题的计算实质上是基于实测的数据反复迭代计算以调整数值仿真模型中的某参数,使得实验结果与数值模拟计算结果在最小二乘意义上趋于相等。热传导的正、反问题之间有着密切的联系,求解热传导反问题时通常需要反复计算正问题以获取数据。因此,热传导正问题的计算准确性对反问题的计算结果有决定性影响,通过求解热传导反问题能够更加准确地确定正问题的相关参数与条件。

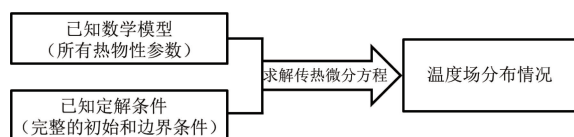


图 3 求解热传导正问题流程^[21, 22]

Fig. 3 Process of solving the positive heat conduction problems^[21, 22]

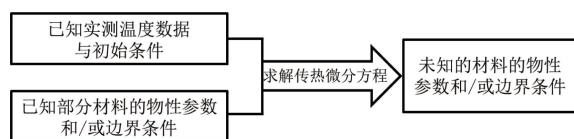


图 4 求解热传导反问题流程^[23]

Fig. 4 Process of solving the inverse heat conduction problems^[23]

由于液态金属凝固时的界面换热过程是瞬态的,采用测温实验方法难以理解其换热机制。此外,界面换热系数既无法通过实验方法进行定量分析,也很难进行定性的理论分析。因此,液态金属凝固界面换热的研究被归类为典型的热传导反问题^[24-26]。反算法是一种常用于铸造工程问题中界面换热系数等未知参数求解的数值模拟方法。相较于传统的正演分析方法,反算法具有更加直接、快速、经济的优势^[27]。其求解流程详见图 5^[28]。

从数学角度看,热传导反问题与正问题不同,其解

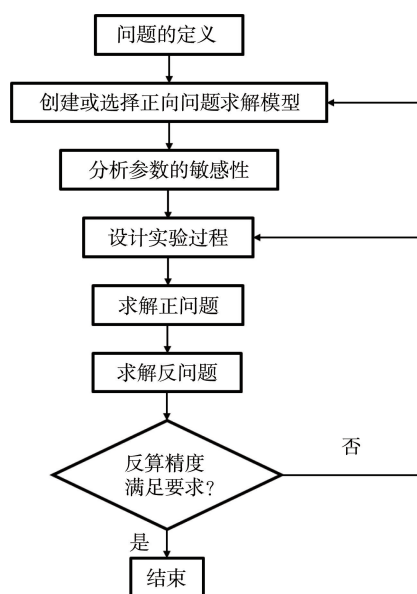


图 5 反算法求解的一般流程^[28]

Fig. 5 General process of inverse analysis method^[28]

由于缺乏存在性、唯一性和稳定性的特征,是不适定的,并对无法消除的测量误差高度敏感。热传导反问题的求解相对困难,主要有以下几个方面原因:首先,反问题的计算量庞大,因为在每次迭代中,必须重新计算正问题,而正问题本身的计算量较大,重复计算需消耗大量时间。其次,许多正问题虽然是线性的,但其对应的反问题却是非线性的。在实际工程应用中,非线性特征普遍存在,这是难以求解反问题的重要原因之一。第三,热传导反问题的不适定性表现为:若输入数据存在微小的震荡,则解会偏离真实结果,出现很大程度的偏差^[26, 29]。

2.3 界面换热系数反算的研究意义

铸造过程的数值建模是指结合数值计算、经典传热理论和可视化技术等对其进行建模和仿真,以预测铸造过程中的各种现象,例如液态金属流动、凝固过程、应力变化、缩孔和疏松等缺陷的产生和形成机理^[30-32]。在模拟铸造过程中,铸件/铸型界面的换热系数是必不可少的边界参数^[33]。在实际应用中,需要根据具体的铸造工艺和要求,对各种因素进行优化设计和控制。因此,探究界面换热问题及其数值模拟方法已成为铸造工艺研究领域备受关注的课题之一。

界面换热系数反算技术在铸造过程的数值模拟中具有重要的研究意义和应用前景。该技术可以为数值模拟提供更加准确的输入参数,从而提高仿真的精度和可靠性,同时可辅助分析影响铸件凝固过程和微观组织的因素,找出影响铸件质量和性能的主要因素^[25, 34-38]。此外,该技术还可以为研究铸件的缺陷形成机制提供支持,预测铸件中可能出现的缺陷类型和位置,指导铸造工艺

的改进和优化,减少缺陷产生的概率和数量^[27, 33, 39]。综上所述,界面换热系数反算技术可促进深入理解铸造过程中的热传导机理,预测铸件的热应力分布,从而实现铸件质量的提高和缺陷的预防,进而优化铸造工艺、提高生产效率。

3 界面换热系数反算的求解方法

确定界面换热系数属于热传导反问题中的边界条件类型求解。在液态金属凝固过程中,相变传热的存在以及材料热物性参数随温度变化导致热传导反问题呈现出非线性特征。因此,凝固过程中界面换热系数的反算技术成为热传导反问题研究的前沿领域,引起了许多科学工作者的广泛关注和深入研究。目前,已经涌现出一系列有价值的求解方法,如 Beck 非线性估算法、最优化方法和正则化方法等。这些方法在解决凝固过程中界面换热系数的反算问题上取得了不俗的研究成果,并为液态金属凝固领域的研究提供了重要的理论支撑和技术保障。

3.1 Beck 非线性估算法

Beck 非线性估算法^[40-44]是一种基于非线性问题的连续函数指定法,具有显著的优势和创新点。该方法引入了“未来时刻”的概念,即在每个时刻都向前推移几个时刻,计算铸件和模具内部的温度场。这样做可以充分减小由热电偶延迟等因素产生的误差。同时,该方法考虑了多种非确定性因素对计算结果的影响。其基本计算思想是假设在一定时间间隔内,铸件和模具界面热流密度或者换热系数为常值或一定时间内呈线性变化,然后求解铸件和模具的温度场分布情况,力图通过最小二乘法使实测温度和计算温度的差值平方和极小化。具体而言,应建立 x 时刻界面换热系数求解的目标函数,如式(2)所示^[28]:

$$F(h) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=x}^{x+r-1} [T_{mi}^j - T_{ci}^j(h)]^2 \quad (2)$$

式中, h 代表该时刻的界面换热系数, N 表示测温点的数量, r 表示未来时间步长, T_{ci}^j 和 T_{mi}^j 分别表示 i 位置处的测温热电偶在 j 时刻的计算温度以及实测温度。

Ho 和 Pehlke^[45]是首批使用 Beck 反算法研究金属凝固热传导反问题的学者,成功推导了铸件/金属型界面换热系数随时间变化的规律。在此基础上,他们进一步探究了铸件/铸型间的界面换热机理^[46]。柳百成课题组^[47-50]是国内最早采用 Beck 反算法对铸件与铸型界面换热行为进行研究的。在早期的研究中,他们通过在铸件和铸型内部的指定位置使用热电偶测量得到大量温度场数据,高效反算了球墨铸铁、纯铝和金属铸型界面的界面换热系数,并探讨了界面凝固特性对界面换热的影响。随后,液态金属凝固过程中的界面换热系数引起了

广泛关注,许多学者对此展开了深入研究。

李德林等^[51]成功开发了多点非线性估算法,并编写了相应的程序,精确估算出纯铝与 A3 钢之间的界面换热系数,发现界面气隙与冷铁涂料层的存在会使得界面换热系数减小。类似地, Papai 等^[52]基于非线性估算法建立了熔融金属与铸型之间的 2D 反传热模型,研究了 A380 合金与 H13 钢在压铸过程中的界面换热行为,获得了铸型界面热流密度和温度分布规律。Kim 等^[53]则针对 AC8A、A356 和 Al-12.6Si 共晶等铝合金管状铸件与金属铸型之间的界面换热系数,采用非线性估算法进行了实验和数值反算研究。Liu 等^[54]也采用非线性估算法,解决了铝合金在铜模快冷过程中的铸件/铜模界面换热系数的确定问题,得到了等效界面换热系数。殷亚军等^[55]建立了消失模铸铁件/铸型界面换热系数反算的数学模型,获取了铸型温度分别为 20 和 50 °C 时换热系数与时间关系的模型,并且通过反求获取的铸件/铸型界面换热系数对铸件凝固过程的温度场进行了模拟,发现该模拟结果更接近实际温度场。竹励萍等^[56]建立了求解界面换热系数的反算数学模型,并通过 ANSYS 的 APDL 语言编写反算程序,确定了金属铸造界面换热系数的变化规律,计算结果表明随着凝固时间增大,界面换热系数逐渐减小到一个基本稳定值。另外, Kumar 等^[57]在重力铸造过程中扩展了反向求解界面热流密度的解法,考虑了处理热通量瞬变的不同方法,得到了较为准确的界面热通量的空间分布。此外, Woobury 等^[36, 58]对铸件和树脂砂间的传热过程进行了研究,采用 Beck 反算法求解了铝合金砂型铸造过程中的界面热流密度。该研究首次通过使用热电偶在砂型中的测温数据来反演界面换热系数,避免了铝合金热物性参数在高温下所产生的误差,并简化了实验装置,减少了计算时间,提高了估算精度。

Beck 非线性估算法基于最小二乘法提高了算法的稳定性和抗不适定性,解决了求解热传导反问题过程中对于初始实测温度值的依赖性,因此成为研究与求解铸造过程界面换热系数的主要方法。由于在通过 Beck 非线性估算法计算换热系数时,需要多次迭代计算正传热过程的温度场,计算过程会非常复杂并且耗费大量时间,因此目前许多研究人员致力于构建求解铸造过程界面换热系数的反问题最优控制模型。

3.2 最优化方法

最优化方法的主要思想是将热传导反问题转化为一个最优化问题,其中目标函数是测量温度和计算温度之差的平方和。其最大的优势在于可以针对具体问题设计相应的误差函数和优化算法,因此可以提供更灵活的解决方案。

其中, 基于梯度的优化方法中, 全局收敛法采用最小二乘法极小化界面两侧的测量温度和计算温度之差, 引入界面两侧极小化权重系数以求解界面换热系数的如下目标函数^[59]:

$$F(h) = \omega_1 \frac{\sum_{j=1}^R \sum_{i=1}^N (T_{mi}^j - T_{ci}^j)^2}{N} + \omega_2 \frac{\sum_{j=1}^R \sum_{i=1}^X (T_{mi}^j - T_{ci}^j)^2}{X} \quad (3)$$

式中, N 表示铸件内部热电偶的数量, X 表示铸型中热电偶的数量, R 表示未来时间步长, T_{ci}^j 和 T_{mi}^j 分别表示 i 位置处的测温热电偶在 j 时刻的计算温度以及实测温度, ω_1 表示铸件内部极小化权重系数, ω_2 表示铸型侧极小化权重系数。为确保最优优化过程充分考虑并提高铸件上温度场的精度, 通常设定 ω_1 的值大于 ω_2 的值。这是因为 ω_1 和 ω_2 分别反映了两侧不同的测量情况, 而铸件内部温度场对最终优化结果的影响更为显著。

Zhang 等^[60]提出了一种将模壳/铸件之间的界面换热系数三步演化的连续模型, 通过测量温度分布并使用 ProCAST 软件模拟温度场演化过程, 针对渐进式凝固过程中复杂的界面传热机理, 用全局收敛法进行界面换热系数的反向搜索以获取最优值, 通过经验验证, 确定了两侧权重系数分别为 0.7 与 0.3, 结果表明, 该模型能显著提升优化方法的预测精度和效率。

共轭梯度法 (conjugate gradient method, CGM) 也被称为迭代正则化法, 其优势在于不需要事先假设未知量的具体函数形式, 因为该方法可以自动确定指定范围内的函数形式。Ranjbar 等^[61]基于优化了热传感器数量和位置的凝固实验, 采用 CGM 对于 Sn-10%Pb 合金凝固过程中铸件/铸型的界面换热系数进行了估算。Loulou 等^[62]采用 CGM 基于铸造过程中不同的热电偶位置的热历史数据估算金属液滴在凝固初期与模壳的界面热阻。Huang 等^[63]通过铸件区域和外部模具表面热电偶的瞬态温度测量结果, 采用 CGM 估算了界面热阻随时间变化的情况。Nejad 等^[64]应用 CGM 和伴随方程得到了合金凝固过程中两侧模具上的时变边界条件, 并基于此求解了 Sn-Pb 合金凝固过程中糊状区固相和液相移动前沿的热流密度。

近年来逐渐兴起了一些非梯度优化方法, 如遗传算法 (genetic algorithm, GA)、粒子群优化方法 (particle swarm optimization, PSO)、神经网络方法 (neural network method, NNM) 等。例如, Wong 等^[65]通过提取铸件几何形状的中轴线, 采用 GA 将该中轴线与界面传热系数相关联, 进而求解了重力铸造过程中铸件与铸型的界面换热系数最优解; Vasileiou 等^[66]采用 GA 反向求解了 Cu-33Zn 黄铜合金失蜡精密铸造过程中的界面换热系数随时

间以及温度的变化规律, 得到了界面换热系数在 3 个区域内 3 个阶段中作为随时间 (分段或指数) 和温度变化的分段函数, 如图 6 所示, 其中, 换热系数作为随温度变化的阶跃函数时, 有 5 个参数定义换热系数: 3 个换热系数值 (h_s , h_{sl} , h_l) 和 2 个转变温度 (T_1 , T_2), 文中研究假设 T_1 和 T_2 分别对应材料的固相线温度和液相线温度; Palumbo 等^[67]基于实测温度, 将相同点处实验和计算温度的不匹配值作为响应变量创建响应曲面, 使用多目标 GA 确定双相不锈钢砂型铸造过程中的界面换热系数。

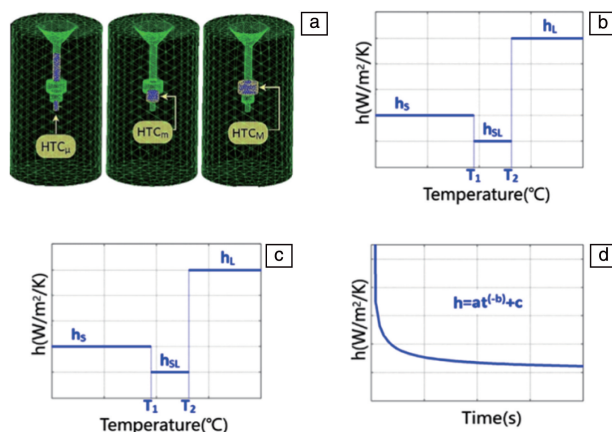


图 6 界面换热系数研究时三区域划分 (a); 换热系数随温度变化的函数 (b, c); 换热系数随时间变化的函数 (d)^[66]

Fig. 6 Tripartite regional division during the study of interfacial heat transfer coefficient (a); heat transfer coefficient as a function of temperature (b, c); heat transfer coefficient as a function of time (d)^[66]

Deng 等^[68]则采用 NNM 来求解热传导反问题, 用 Hopfield 模型对传热方程中的温度场进行求解, 利用虚拟实验数据建立和训练 BP 神经网络, 然后通过 BP 神经网络预测不同的边界条件之下的未知参数, 并通过 2 个热传导反问题的计算与验证, 证明了该 NNM 的可行性; 张立强等^[69, 70]基于 NNM 和数值模拟方法对铸造过程中铸型与铸件的界面换热系数进行了识别, 并且验证了通过 NNM 确定铸造过程界面换热系数的可行性。

此外, Doustu 等^[71]利用 PSO 估算了 Al-Si 合金二维凝固中的界面换热系数, 其中应用 PSO 算法优化了一个包含估算和模拟 (有噪声和滤波后的) 温度的目标函数。Luo 等^[72]提出了一种集成高斯核函数 (Gaussian kernel, GK) 和 PSO 算法的方法, 基于宝钢 1800 轧铸过程的实际数据证明了 GK-PSO 方法可以有效减少大幅干扰的影响, 并且有效提高了传热模型的准确性。Vishweshwara 等^[38]提出利用贝叶斯框架作为目标函数来同时计算 Al-4.5wt%Cu 合金凝固过程中的界面换热系数、潜热和

建模误差, 采用 GA 和 PSO 相结合的反演方法, 用较少的实验值计算出大量未知参数。Silva-Santos 等^[73]将 4 种不同的自然启发算法(GA、进化策略(ES)、人工免疫系统(AIS)和 PSO)集成到一个数值固化模型中, 计算出了铸造过程中铸件与模壳之间的界面换热系数, 并且评估了 3 种不同的圆柱铸件设置(向外、向内和向上)在凝固过程中界面换热系数的瞬态分布情况, 图 7 给出了圆柱几何形状向外、向内和向上凝固的代表性离散化网格中每个单元内的热流平衡状态。

在采用最优化方法反算界面换热系数的过程中, 需要根据具体的问题和参数空间选取合适的最优化方法, 不同的方法会产生不同的结果。因此, 建议在选择最优化方法时考虑以下因素: 问题的复杂度、参数空间的大小、需要优化的目标和已知的先验信息等。

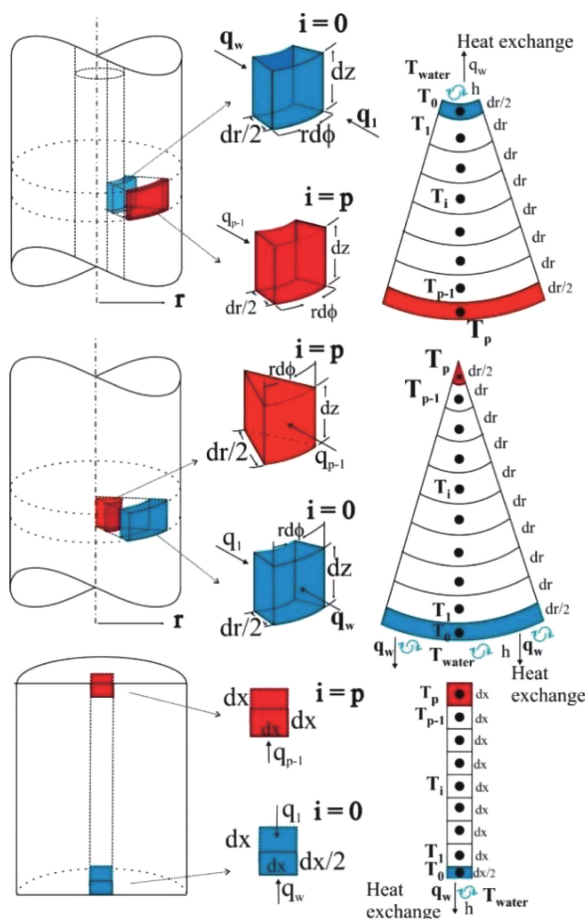


图 7 圆柱几何形状向外、向内和向上凝固的代表性离散化网格中每个单元内的热流平衡示意图^[73]

Fig. 7 Heat flux balance in each element of a representative discretized mesh for outward, inward and upward solidification of cylindrical geometries^[73]

3.3 Tikhonov 正则化方法

Tikhonov 正则化是一种常用的正则化方法, 它通过

在目标函数中引入一个正则化项来控制模型的复杂度, 避免过拟合, 可以有效处理数据噪声和不完整数据, 从而提供更稳健的解决方案。在液态金属凝固过程中, 界面换热系数的求解可以看作是一个逆问题, 即从测量数据反推未知参数。在这种情况下, 可以利用 Tikhonov 正则化来提高求解的稳定性和准确性^[74]。使用 Tikhonov 正则化泛函, 用于求解液态金属凝固过程中的界面换热系数的目标函数表达式为^[35]:

$$F(h) = \frac{1}{R \cdot N} \sum_{j=1}^R \sum_{i=1}^N \frac{1}{S_T^2} [T_{mi}^j - T_{ci}^j(h)]^2 + \lambda \frac{1}{X} \sum_{n=1}^X \frac{1}{S_h^2} (h_n - h_n^0)^2 \quad (4)$$

式中, X 表示待求变量的个数, S_T 表示测量温度的绝对误差, S_h 表示待求变量 h_n 相对于初始值 h_n^0 的变化范围, λ 表示正则化参数, $0 < \lambda < 1$ 。

Sui 等^[35, 75, 76]分别采用先验和后验两种模型, 建立正则化泛函求解方法, 对比分析最小二乘和最大后验估计 2 种方法对一维大平板传热过程和铸钢凝固过程参数识别的稳定性。Slota^[77]基于 Stefan 问题进行建模, 使用了 Tikhonov 正则化方法、遗传算法和交替相位截断方法对于纯金属连铸的二维和三维过程中沿冷却区域描述边界条件的函数进行了重构。Okamoto 等^[78]开发了一种 Tikhonov 正则化方法和 L 曲线方法相结合算法, 通过对大量数据的快速处理, 反推出定向凝固过程中铸型内固液界面上的热流密度, 以此设计凝固系统。Dong 等^[37]基于铸造过程的实测温度以及 Tikhonov 正则化方法, 反求了在 DD6 镍基高温合金单晶叶片熔模铸造过程中选晶器、楔头和叶片 3 个位置与模壳之间时间相关的界面换热系数, 并且建立了时间相关的界面换热系数的经验公式, 有效提高了数值模拟的准确性。

3.4 其他方法

O'Mahoney 等^[79]提出了导数法与积分法相结合的方法来确定金属合金熔模铸造凝固过程中的热边界条件, 并且研究了界面换热系数随时间(或温度)和铸造条件(包括液态金属的封头和合金类型或冻结范围)的变化规律。与传统的 Weber 方法^[80]相比, 该方法在考虑时间和空间差异性的同时表现出更高的精确性。邹伟等^[81]建立了轴对称的有限元热传导模型, 并成功应用于 A356 铝合金凝固过程中, 精确确定了合金与铸型的界面热流量, 进而得到了界面换热系数。张云光等^[82]基于有限差分法求解了 2060 铝锂合金在成形过程中的界面换热系数变化规律, 通过考虑不同热物性参数条件改进了计算模具表面温度场的算法, 并利用实际测量数据加以验证, 证明

了改进算法的高准确性以及高效率,并可以将该改进后的方法应用于其他薄板材料界面换热系数的求解。许征兵等^[83]利用积分中值定理对铸造过程中铸件/铸型界面换热系数的求解提出了一种简化的方法,以 A357 铸件/自硬呋喃树脂砂型为实验材料,进行了若干次模拟试算,求得等效界面换热系数,通过将该等效界面换热系数作为边界条件进行数值模拟,证明了该方法的可行性。Kouki 等^[84]提出了一种专用于铸造应用的仪器化测试模具,该模具嵌入了如下图 8 所示的 3 种不同的传感器,直接暴露在模壳和铸件的接触表面上,以便于实时跟踪铸件的热行为和物理行为。通过该工具和相关的数据采集系统收集的实验数据,基于反算思想成功确定了铸件和模具之间的界面换热系数。该技术在铸造应用中创新性地实现了实时监测和数据获取,为界面换热系数的反算技术提供了独特的技术手段。

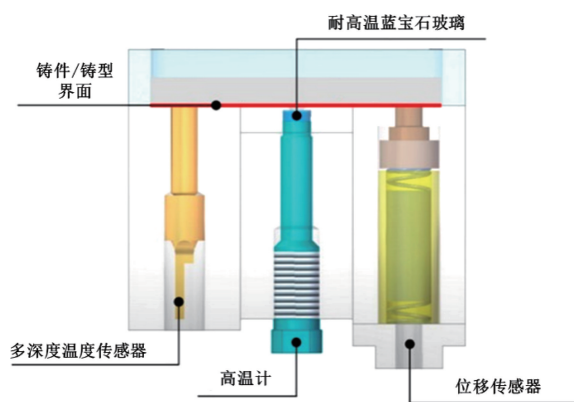


图 8 仪器化测试工具设计示意图^[84]

Fig. 8 Design of the instrumented test tool^[84]

3.5 各方法的局限性

针对研究界面换热系数反算的不同方法,对 Beck 非线性估算法、最优化方法、Tikhonov 正则化方法以及其他相关方法的特点进行了深入讨论。然而,值得强调的是,每一种方法在实际应用中都存在一系列局限,直接影响着界面换热系数反算结果的准确性和可靠性。以下是在铸造过程中应用反算方法时所面临的几处关键局限。

① 实验数据的精度和可靠性:界面换热系数的反算需要依赖实验数据,而实验数据的质量和可靠性可能受到多种因素的影响,例如测量误差、仪器精度、环境变化等,从而影响界面换热系数的计算结果。

② 模型假设的适用性:界面换热系数反算通常需要基于一定的模型假设,如对流传热、辐射传热等假设,这些假设的合理性和适用性对反算结果的准确性和可靠性具有重要影响。

③ 界面状态以及系统的复杂性:在铸造过程中,液

态金属与固态铸型之间的界面状态可能非常复杂,例如会存在液态金属的涌动、结晶等现象,同时由于铸造过程中涉及到的物理和化学过程非常复杂,例如金属的熔化、凝固、收缩等,这些情况都有可能对界面换热系数的变化不稳定或难以确定。

④ 数值模拟的误差:界面换热系数的反算通常是利用实验数据以及数值模拟的结果来计算的。在数值模拟过程中,可能存在着一些误差,例如模型假设了流体为层流或假设了特定的边界条件等,这些误差可能会对反算结果产生影响。

4 基于反算法的界面换热系数的应用

在铸造过程中,界面换热系数是影响铸件凝固过程的关键参数之一,其大小和分布直接决定了液态金属界面传热和凝固的方式,导致铸件内部的温度变化,最终影响铸件的微观组织、几何形状和力学性能。因此,通过反算法得到更为精确的界面换热系数对于铸造过程的优化和质量控制具有重要的意义。

汪壮显等^[85]针对连续铸造条件下到弯月面不同距离处的钢材表面温度的变化,采用非线性估计方法建立了二次冷却传热反问题模型,将参数辨识的反问题转化为用进化算法求解优化问题,并且反算得到了在连续铸造条件下的界面换热系数变化规律,将该规律应用于对不同位置钢材表面凝壳厚度的预测中,得到的结果与实测结果相吻合。郝炜等^[86]通过应用 ProCAST 软件反求模块进行计算,以圆柱形态的铸件作为实验对象,得到了现有某铸铁材料与树脂砂铸型材料间的界面换热系数与温度之间的函数对应关系。并且验证结果证明界面换热系数的反向求解能大大提高界面换热系数的准确度,其结果能使计算机数值模拟精度在原基础之上提高 20% 以上。王水平等^[87]以 A356 铝合金金属型重力铸造为试验基础,采用优化软件 Isight 集成 ProCAST 求解界面换热系数,不仅解决了 Isight 优化软件集成仿真模拟软件 ProCAST 的接口问题,在该模型中设置界面换热系数为优化变量,而且优化了目标数据的后处理,最后证明了基于该方法求得的界面换热系数是可靠的。

Shang 等^[39]在采用 Bridgman 法制备的 DZ125 镍基高温合金叶片的凝固和冷却过程中,通过对测量和预测的界面换热系数进行分析,确定了凝固过程的基本参数。并且在叶片生产中采用了 3 种叶片组装方案(SBCG、EB-CG 和 TBCG 铸造,即每个蜡模分别为 6、8 和 10 个叶片),不同组装方案在不同时间的凝固结果如图 9 所示,其晶粒结构与实验结果(图 10)一致,当叶片数从 6 个增加到 10 个时,由于辐射吸收效率的降低,在预热过程中,模具内的最高温度和加热速率均降低。

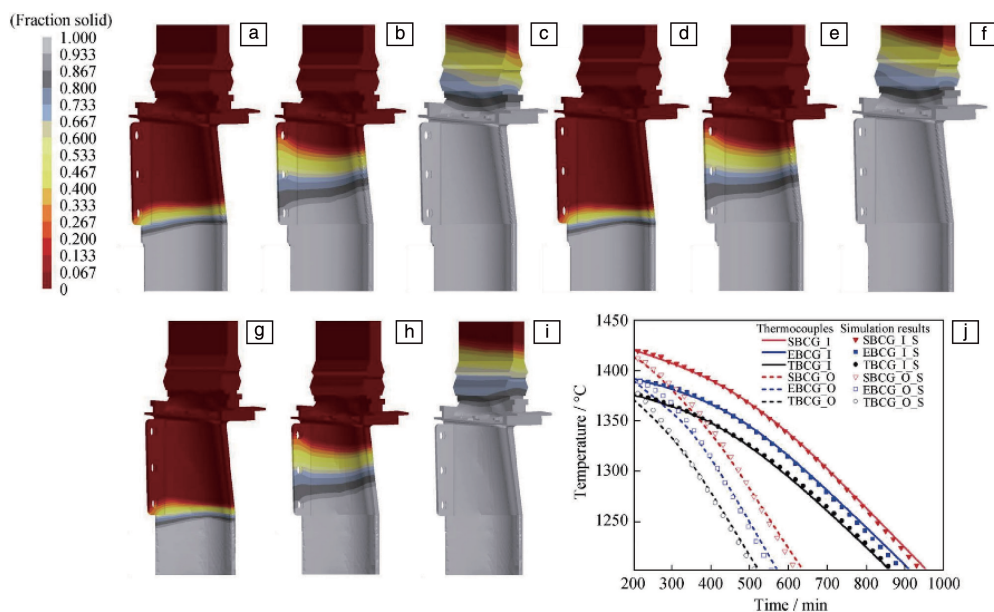


图9 SBCG(a~c)、EBCG(d~f)和TBCG(g~i)在不同时间的凝固模拟结果;凝固过程温度热电偶曲线及模拟结果(j)^[39]

Fig. 9 Simulation results of solidification for SBCG (a~c), EBCG (d~f) and TBCG (g~i) at different stages; temperature thermocouples curves and simulation results during solidification (j)^[39]

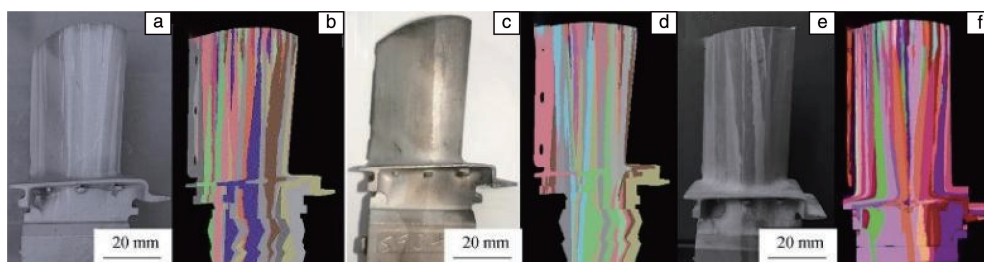


图10 SBCG(a)、EBCG(c)、TBCG(e)的晶粒结构图;根据ProCAST结果绘制的SBCG(b)、EBCG(d)、TBCG(f)的定向图^[39]

Fig. 10 Grain structure of SBCG (a), EBCG (c) and TBCG (e); orientation maps of SBCG (b), EBCG (d) and TBCG (f) from results of ProCAST^[39]

Zhao 等^[88]研究了铝合金消失模铸造过程中的界面换热规律,首次分别计算了消失模铸造充型过程中金属/涂层(砂)界面和涂层/砂界面的界面换热系数的数值大小,定量评价结果有助于探讨涂层对薄壁件充型凝固过程中短时间传热的影响。Liu 等^[89]测定了在接触压力较小和表面粗糙度较大的情况下 Al-Mg-Si 合金与模铸钢之间的界面换热系数,分析了该合金试样的初始温度、表面粗糙度、界面接触压力和热流方向等因素对界面换热系数的影响,结果表明,随着铝样品初始温度的增加、界面接触压力的增加以及模具钢表面粗糙度的降低,界面换热系数呈现出显著的增加。刘志文等^[90]研究了 6061 铝合金挤压型材在线弯曲过程中与 H13 模具钢界面的瞬态换热行为,分析了初始温度、接触载荷、表面粗糙度和热流方向对界面换热系数的影响,结果表明,当界面平均接触温度从 111.5 增加到 211.5 °C 时,界面换热系数

会快速增加。但进一步提高界面平均接触温度时,界面换热系数的增加速率会下降。另外,在表面粗糙度增大的情况下,界面换热系数会逐渐减小。Akar 等^[34]基于反算得到的凝固过程中的界面换热系数,研究了金属型铸造中液态金属过热度 and 铸件高度对界面换热系数的影响,确定了凝固过程合理的铸件高度。

Lau 等^[91]编制了可在直角和圆柱坐标系下使用的反算程序,并将之应用于铸造过程温度场数值模拟。Muojekwu 等^[92]反求了 Al-Si-Cu 合金与铜激冷块之间的界面换热系数,并将它用于微观组织的分析。郭志鹏等^[93-97]反求了压铸过程中铸件与铸型的界面换热系数。通过采用不同厚度的“台阶形”铸件测定了 AM50 和 ADC12 两种合金在凝固过程中的界面换热系数。图 11 为两种金属材料在不同工艺条件下界面换热系数峰值呈现的变化规律,以此进一步研究了不同实验条件对不同工艺阶段界面换

热系数的影响。Bertelli 等^[98]建立了一个水冷钢模具以便对 Al-Fe 合金铸件内不同位置的温度进行测量, 基于反算得到的界面换热系数进行模拟验算, 从该系数分布范

围中选择最佳的理论与实验拟合结果, 成功建立了瞬态界面换热系数曲线和显微组织演化规律之间的联系。图 12 展示了具有不同冷却速率的各位位置处的胞晶间距。

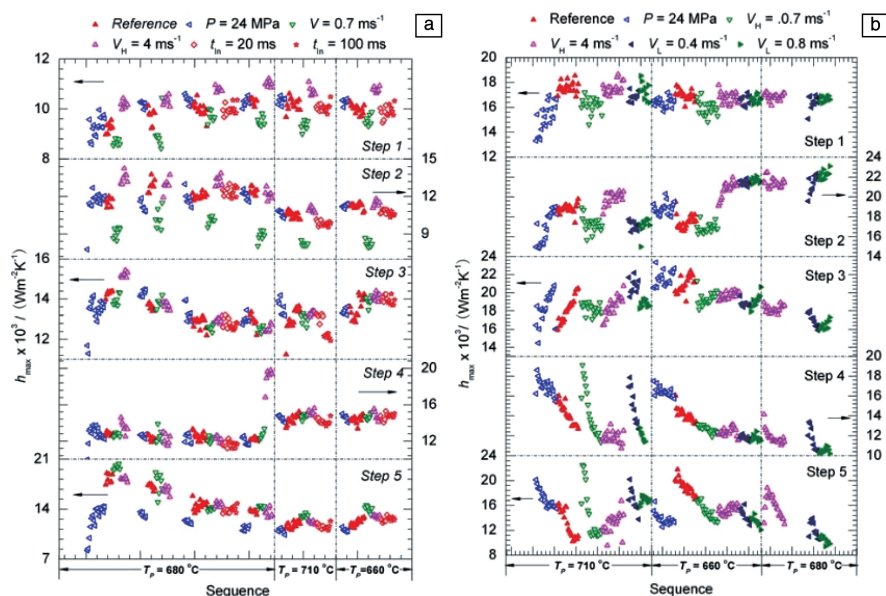


图 11 不同工艺条件下两种铸造合金的界面换热系数极值^[96]: (a) AM50, (b) ADC12

Fig. 11 Interfacial heat transfer coefficient peak values for the two casting alloys under different processing conditions^[96]: (a) AM50, (b) ADC12

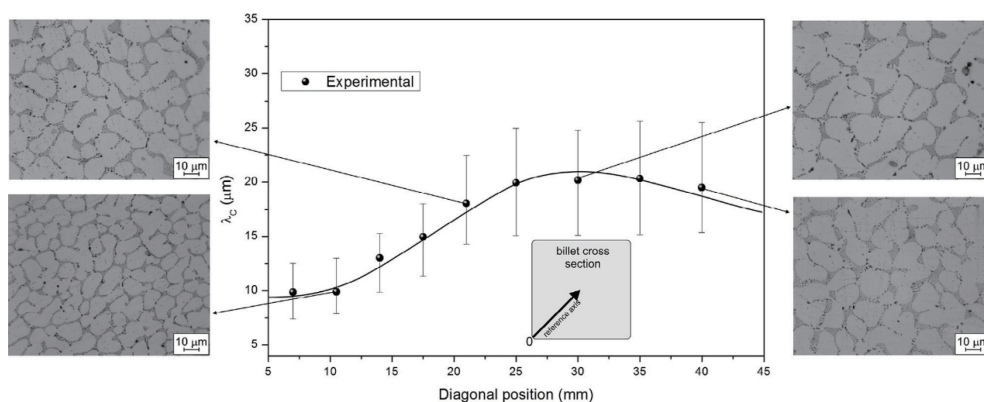


图 12 具有不同冷却速率的各位位置处的胞晶间距^[98]

Fig. 12 Cellular spacing versus diagonal position with different cooling rates^[98]

5 结 语

本文系统回顾了铸造数值建模过程中的界面换热系数反算研究的进展, 并给出了其局限性及未来发展的建议。在铸造过程中, 界面换热系数的精准反算对于优化铸件凝固工艺及质量控制至关重要。界面换热系数的不同反算方法为利用现有生产数据和计算机模拟技术实现铸造全过程的热管理提供了可能。然而, 实际应用中仍存在实验数据的准确性不高、模型假设的适用性不强、界面状态和系统复杂性较高以及数值模拟误差较大等挑

战。需要综合考虑多种因素的影响, 同时根据具体情况灵活选择反算方法和技术手段, 以提高反算结果的准确性和可靠性, 并且适应不同的应用需求。随着铸造工业以及计算机模拟技术的不断发展, 铸造过程中如何通过界面换热系数的反算优化铸造工艺面临新挑战, 下述工作有待进一步开展。

(1) 提高多尺度模拟的精度: 随着计算机模拟和数据处理技术的不断发展, 铸造过程界面换热系数反算技术的精度将不断提高, 并将发展成为一种多尺度模拟技术。应建立更精细的铸造过程模型, 包括高精度的网格

划分、多物理场耦合等, 同时加强对铸造过程中边界条件的研究, 以提高模拟的精度和准确性。还应该加强多尺度模拟的研究, 构建多尺度的铸造过程模型, 以更准确地描述铸造过程的物理现象和行为。

(2) 提高自动化和智能化程度: 铸造过程中, 结合计算机视觉技术、图像识别技术、机器学习技术和自动化控制技术, 实现浇注速率、浇注温度、铸型材料等参数的自动调节。同时, 也可以将反算结果作为控制系统的反馈, 实现反算结果的自动调整, 提高铸造过程的稳定性和可控性。铸造过程界面换热系数反算技术将逐渐实现与其他铸造工艺参数控制系统的集成, 构建更加完整的智能铸造生产线。这将有助于实现铸造生产的数字化和网络化, 降低成本和能源消耗, 进行材料的循环利用和回收等方面的优化和改进, 并且进一步提高铸件生产的效率和质量。

(3) 应用可视化技术: 开发专门的可视化软件, 通过数据处理和分析生成可视化图像, 直观展示界面换热系数的分布和变化规律。通过软件界面上的交互, 用户可以根据需求对数据进行筛选、过滤、排序等操作, 以深入探究铸造过程中的热传递现象。同时借助虚拟现实技术和现代传感器技术, 将铸造过程中的数据和图像以三维或虚拟现实的形式实时捕捉并且呈现出来, 例如, 可以使用红外热像仪、光纤测温仪等可视化传感器, 实现对铸造过程中的热传递情况的实时监测和可视化展示。

(4) 数据共享和应用拓展: 建立完整的铸造过程数据库以及数据共享平台, 集中管理反算结果和相关信息, 为研究人员和工程师提供方便快捷的数据查询、获取、应用、交流、协作和共享平台。促进铸造行业的协同发展和资源共享, 加速铸造技术的规范化、标准化和智能化发展, 使界面换热系数反算技术在更广泛的应用领域推广, 包括能源和机械等领域。

参考文献 References

- [1] 孙宝德, 王俊, 康茂东, 等. 金属学报[J], 2022, 58(4): 412-427.
SUN B D, WANG J, KANG M D, *et al.* Acta Metallurgica Sinica [J], 2022, 58(4): 412-427.
- [2] 柳百成. 中国工程技术[J], 2000, 9: 29-37.
LIU B C. Strategic Study of CAE[J], 2000, 9: 29-37.
- [3] 周建新. 铸造[J], 2012, 61(10): 1105-1115.
ZHOU J X. China Foundry[J], 2012, 61(10): 1105-1115.
- [4] 樊超, 于大威, 王虎明, 等. 铸造技术[J], 2022, 43(10): 929-934.
FAN C, YU D W, WANG H M, *et al.* Foundry Technology [J], 2022, 43(10): 929-934.
- [5] 许庆彦. 铸造[J], 2022, 71(7): 803-813.
XU Q Y. China Foundry[J], 2022, 71(7): 803-813.
- [6] 李晓谦, 曹俊. 有色金属材料与工程[J], 2001, 3: 97-100.
LI X Q, CAO J. Nonferrous Metal Materials and Engineering [J], 2001, 3: 97-100.
- [7] 陈国权, 林家骥. 铸造[J], 1993, 8: 1-6.
CHEN G Q, LIN J L. China Foundry[J], 1993, 8: 1-6.
- [8] 李日, 冯传宁. 铸造技术[J], 2015, 36(2): 389-393.
LI R, FENG C N. Foundry Technology[J], 2015, 36(2): 389-393.
- [9] 熊守美, 杜经莲, 郭志鹏, 等. 金属学报[J], 2018, 54(2): 174-192.
XIONG S M, DU J L, GUO Z P, *et al.* Acta Metallurgica Sinica[J], 2018, 54(2): 174-192.
- [10] 邹伟, 夏跃军. 热加工工艺[J], 2018, 47(9): 116-118.
ZOU W, XIA Y J. Hot Working Technology[J], 2018, 47(9): 116-118.
- [11] 徐戎, 李落星, 王震虎. 金属热处理[J], 2018, 43(11): 202-207.
XU R, LI L X, WANG Z H. Heat Treatment of Metals[J], 2018, 43(11): 202-207.
- [12] 兰鹏, 张家泉. 钢铁研究学报[J], 2014, 26(8): 29-36.
LAN P, ZHANG J Q. Journal of Iron and Steel Research [J], 2014, 26(8): 29-36.
- [13] 孟晓东, 张荣强, 冀晓磊, 等. 铸造[J], 2022, 71(9): 1154-1157.
MENG X D, ZHANG R Q, JI X L, *et al.* China Foundry[J], 2022, 71(9): 1154-1157.
- [14] MARTORANO M A, CAPOCCHIM J D T. International Journal of Heat & Mass Transfer[J], 2000, 43(14): 2541-2552.
- [15] FERREIRA I L, SPINELLI J E, NESTLAR B, *et al.* Materials Chemistry and Physics[J], 2008, 111(2): 444-454.
- [16] DOUR G, DARGUSCH M, DAVIDSON C. International Journal of Heat & Mass Transfer[J], 2006, 49(11): 1773-1789.
- [17] DOUR G, DARGUSCH M, DAVIDSON C, *et al.* Journal of Materials Processing Technology[J], 2005, 169(2): 223-233.
- [18] AWEDA J O, ADEYEMI M B. Journal of Materials Processing Technology[J], 2009, 209(17): 5751-5759.
- [19] AWEDA J O, ADEYEMI M B. Journal of Materials Processing Technology[J], 2009, 209(3): 1477-1483.
- [20] WANG G X, MATTHYS E F. International Journal of Heat & Mass Transfer[J], 2002, 45(25): 4967-4981.
- [21] KRISHNAN M, SHARMA D G R. International Communications in Heat and Mass Transfer[J], 1996, 23(2): 203-214.
- [22] LIU X, JI K, FAKIR O E, *et al.* Journal of Materials Processing Technology[J], 2017, 247: 158-170.
- [23] WOLFF N, PUSTAL B, VOSSEL T, *et al.* Materials Science and Engineering Technology[J], 2017, 48(12): 1235-1240.
- [24] ZABARAS N, MUKHERJEE S, RICHMOND O. Numerical Heat Transfer Applications[J], 1988, 110(3): 554-561.
- [25] DUDA P. International Journal of Heat & Mass Transfer[J], 2016,

- 93: 665–673.
- [26] 胡柏乐. 铜合金铸造过程界面换热系数反求算法与实验研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2018.
- HU B L. Inverse Algorithm and Experimental Research of Interfacial Heat Transfer Coefficient During Casting for Copper Alloys[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2018.
- [27] 阙精诚, 刘继广, 杨友文, 等. 热加工工艺[J], 2019, 48(13): 9–13.
- KAN J C, LIU J G, YANG Y W, *et al.* Hot Working Technology[J], 2019, 48(13): 9–13.
- [28] 曹永友. 压铸过程压室及铸型界面传热的研究[D]. 北京: 清华大学, 2015.
- CAO Y Y. Interfacial Heat Transfer in Shot Sleeve and Die Cavity during High Pressure Die Casting Process[D]. Beijing: Tsinghua University, 2015.
- [29] 常涛. 低压铸造 ZL205A 合金界面换热系数的研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2018.
- CHANG T. Research on the Interfacial Heat Transfer Coefficient of ZL205A Alloy in Low Pressure Casting[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2018.
- [30] 程颖, 王淇奥, 钱晨晖, 等. 特种铸造及有色合金[J], 2021, 41(7): 802–808.
- CHENG Y, WANG Q A, QIAN C H, *et al.* Special Cast and Non-Ferrous Alloys[J], 2021, 41(7): 802–808.
- [31] 王伟, 崔晓明, 石博, 等. 铸造[J], 2021, 70(3): 306–310.
- WANG W, CUI X M, SHI B, *et al.* China Foundry[J], 2021, 70(3): 306–310.
- [32] 白瑀, 张浩, 黄亮. 热加工工艺[J], 2021, 50(11): 71–75.
- BAI Y, ZHANG H, HUANG L. Hot Working Technology[J], 2021, 50(11): 71–75.
- [33] SPONELLI J E, CHEUNG N, GOULART P R, *et al.* International Journal of Thermal Sciences[J], 2021, 51: 145–154.
- [34] AKAR N, SAHIN H M, YALGIN N, *et al.* Experimental Heat Transfer[J], 2008, 21(1): 83–98.
- [35] SUI D S, CUI Z S. Acta Metallurgica Sinica (English Letters)[J], 2009, 22(1): 13–21.
- [36] WOODBURY K A, BECK J V. International Journal of Thermal Sciences[J], 2013, 53: 237–248.
- [37] DONG Y, BU K, DOU Y, *et al.* Journal of Materials Processing Technology[J], 2011, 211(12): 2123–2131.
- [38] VISHWESHWARA P S, GNANASEKARAN N, ARUN M. ASME Journal of Heat and Mass Transfer[J], 2020, 142(1): 012403.
- [39] SHANG Y, PEI Y L, GONG S K, *et al.* Rare Metals[J], 2021, 40(5): 1134–1144.
- [40] BECK J V. International Journal of Heat & Mass Transfer[J], 1967, 10(11): 1615–1617.
- [41] BECK J V. Inverse Heat Conduction: Ill-Posed Problems[EB/OL]. (1985–1) [2023–04–03]. https://xueshu.baidu.com/usercenter/paper/show?paperid=a3712fb1fbc74e3f1dab1328d8564def&site=xueshu_se.
- [42] BECK J V. ASME Transactions Journal of Heat Transfer[J], 1988, 110(4b): 1046–1058.
- [43] BECK J V, OSMAN A M. Journal of Thermophysics & Heat Transfer[J], 1989, 3(2): 146–152.
- [44] BECK J V, BLACKWELL B, HAJI-SHEIKH A. International Journal of Heat & Mass Transfer[J], 1996, 39(17): 3649–3657.
- [45] HO K, PEHLKE R D. Transactions of the American Foundry Society[J], 1983, 91: 689–698.
- [46] HO K, PEHLKE R D. Metallurgical Transactions B[J], 1985, 16(3): 585–594.
- [47] 郝守卫, 张卓其, 陈贺宇, 等. 大型铸锻件[J], 1987, 1: 9–20.
- HAO S W, ZHANG Z Q, CHEN H Y, *et al.* Heavy Casting and Forging[J], 1987, 1: 9–20.
- [48] 陈驾宇, 程军, 熊守美, 等. 铸锻热[J], 1988(4): 56–57.
- CHEN J Y, CHENG J, XIONG S M, *et al.* Forging Heat[J], 1988(4): 56–57.
- [49] 陈驾宇, 程军, 张卓其, 等. 铸造[J], 1988(6): 8–12.
- CHEN J Y, CHENG J, ZHANG Z Q, *et al.* China Foundry[J], 1988(6): 8–12.
- [50] 郝守卫, 柳百成, 张卓其, 等. 清华大学学报: 自然科学版[J], 1989, 29(2): 36–43.
- HAO S W, LIU B C, ZHANG Z Q, *et al.* Journal of Tsinghua University (Science and Technology)[J], 1989, 29(2): 36–43.
- [51] 李德林, 周尧和. 金属科学与工艺[J], 1990, 9(2): 53–57.
- LI D L, ZHOU Y H. Metal Science and Technology[J], 1990, 9(2): 53–57.
- [52] PAPAI J, MOBLEY C. Thermal Engineering[J], 1991: 377–384.
- [53] KIM T G, LEE Z H. International Journal of Heat & Mass Transfer[J], 1997, 40(15): 3513–3525.
- [54] LIU Y, GUO J J, JIA J, *et al.* Transactions of Nonferrous Metals Society of China[J], 2003, 13(5): 1119–1123.
- [55] 殷亚军, 涂志新, 田桥, 等. 特种铸造及有色合金[J], 2018, 38(4): 391–394.
- YIN Y J, TU Z X, TIAN Q, *et al.* Special Cast and Nonferrous Alloys[J], 2018, 38(4): 391–394.
- [56] 竹励萍, 陈玲. 武汉大学学报(工学版)[J], 2009, 42(2): 268–272.
- ZHU L P, CHEN L. Engineering Journal of Wuhan University[J], 2009, 42(2): 268–272.
- [57] KUMAR T S P, KAMATH H C. Metallurgical & Materials Transactions B[J], 2004, 35(3): 575–585.
- [58] WOODBURY K A, GUPTA A. Inverse Problems in Science and Engineering[J], 2008, 16(1): 21–37.
- [59] GUO L H, TANG W. Advanced Materials Research[J], 2013, 694–697: 2783–2786.
- [60] ZHANG W, XIE G, ZHANG D. Experimental Thermal and Fluid Science[J], 2010, 34(8): 1068–1076.
- [61] RANJBAR A A, EZZATI M, FAMOURI M. Journal of Materials Pro-

- cessing Technology[J], 2009, 209(15/16): 5611-5617.
- [62] LOULOU T, ARTYUKHIN E, BARDON J P. International Journal of Heat & Mass Transfer[J], 1999, 42(12): 2119-2127.
- [63] HUANG C H, OZISIK M N, SAWAF B. International Journal of Heat & Mass Transfer[J], 1992, 35(7): 1779-1786.
- [64] NEJAD A A, MAGHREBI M J, TABRIZI H B, *et al.* International Communications in Heat & Mass Transfer[J], 2010, 37(6): 711-716.
- [65] WONG M, PAO W. Expert Systems with Applications[J], 2011, 38(6): 7076-7080.
- [66] VASILEIOU A, VOSNIAKOS G C, PANTELIS D. Journal of Mechanical Engineering Science[J], 2015, 229(4): 735-750.
- [67] PALUMBO G, PIGLIONICO V, PICCININNI A, *et al.* Applied Thermal Engineering[J], 2015, 78(5): 682-694.
- [68] DENG S, HWANG Y. International Journal of Heat & Mass Transfer[J], 2006, 49(25/26): 4732-4750.
- [69] ZHANG L, LI L, JU H, *et al.* Energy Conversion & Management[J], 2010, 51(10): 1898-1904.
- [70] 张立强, 李落星, 谭文芳, 等. 中国有色金属学报[J], 2014, 24(1): 82-90.
- ZHANG L Q, LI L X, TAN W F, *et al.* The Chinese Journal of Non-ferrous Metals[J], 2014, 24(1): 82-90.
- [71] DOUSTU P, PANJBAR A A, FAMOURI M, *et al.* International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow[J], 2012, 22(3/4): 473-490.
- [72] LUO X C, XIE Q Q, WANG Y, *et al.* International Journal of Heat & Mass Transfer[J], 2017, 111: 1087-1097.
- [73] SILVA-SANTOS C H, GOULART P R, BERTELLI F, *et al.* Journal of Intelligent Manufacturing[J], 2023, 34: 2407-2430.
- [74] 黄博闻, 赵增武, 张亚竹, 等. 计算机仿真[J], 2021, 38(4): 182-187.
- HUANG B W, ZHAO Z W, ZHANG Y Z, *et al.* Computer Integrated Manufacturing Systems[J], 2021, 38(4): 182-187.
- [75] SUI D S, CUI Z S. Transactions of Nonferrous Metals Society of China[J], 2008, 18(2): 399-404.
- [76] SUI D S, CUI Z S. Chinese Journal of Computational Physics[J], 2008, 25(4): 463-469.
- [77] SLOTA D. Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals[J], 2009, 55(2): 155-176.
- [78] OKAMOTO K, LI B Q. International Journal of Heat & Mass Transfer[J], 2007, 50(21/22): 4409-4423.
- [79] O'MAHONEY D, BROWNE D. Experimental Thermal & Fluid Science[J], 2000, 22(3/4): 111-122.
- [80] WEBER C F. International Journal of Heat & Mass Transfer[J], 1981, 24(11): 1783-1792.
- [81] 邹伟, 夏跃军. 热加工工艺[J], 2018, 47(9): 116-118.
- ZOU W, XIA Y J. Hot Working Technology[J], 2018, 47(9): 116-118.
- [82] 张云光, 李志强, 王耀奇, 等. 航空学报[J], 2021, 42(2): 365-375.
- ZHANG Y G, LI Z Q, WANG Y Q, *et al.* Acta Aeronautica et Astronautica Sinica[J], 2021, 42(2): 365-375.
- [83] 许征兵, 曾建民. 特种铸造及有色合金[J], 2010, 30(8): 694-696.
- XU Z B, ZENG J M. Special Cast and Non-Ferrous Alloys[J], 2010, 30(8): 694-696.
- [84] KOUKI Y, MULLER S, SCHUCHARDT T, *et al.* Metals[J], 2020, 10(9): 1206.
- [85] 汪壮显, 洪润洲, 熊艳才, 等. 特种铸造及有色合金[J], 2018, 38(12): 1323-1327.
- WANG Z X, HONG R Z, XIONG Y C, *et al.* Special Cast and Non-Ferrous Alloys[J], 2018, 38(12): 1323-1327.
- [86] 郝炜, 康健, 马敏团, 等. 热加工工艺[J], 2007, 36(21): 11-15.
- HAO W, KANG J, MA M T, *et al.* Hot Working Technology[J], 2007, 36(21): 11-15.
- [87] 王水平, 周阳, 张立强, 等. 特种铸造及有色合金[J], 2010, 30(12): 1101-1104.
- WANG S P, ZHOU Y, ZHANG L Q, *et al.* Special Cast and Non-Ferrous Alloys[J], 2010, 30(12): 1101-1104.
- [88] ZHAO Q, BIEDERMAN S, FLEMINGS M. Transactions of the American Foundry Society[J], 2006(114): 899-912.
- [89] LIU Z, WANG G, YI J. Journal of Materials Research and Technology[J], 2020, 9(2): 1918-1928.
- [90] 刘志文, 李落星, 易杰, 等. 中国有色金属学报[J], 2019, 29(4): 700-708.
- LIU Z W, LI L X, YI J, *et al.* The Chinese Journal of Nonferrous Metals[J], 2019, 29(4): 700-708.
- [91] LAU F, LEE B W, XIONG M S, *et al.* Journal of Materials Processing Technology[J], 1998, 79(1-3): 25-29.
- [92] MUOJEKWU C A, SAMARASEKERA I V, BRIMACOMBE J K. Metallurgical and Materials Transactions[J], 1995, 26B(2): 361-382.
- [93] 郭志鹏, 熊守美, 曹尚铉, 等. 金属学报[J], 2007, 43(6): 607-611.
- GUO Z P, XIONG S M, CAO S X, *et al.* Acta Metallurgica Sinica[J], 2007, 43(6): 607-611.
- [94] GUO Z P, XIONG S M, CAO S H, *et al.* Frontiers of Mechanical Engineering in China[J], 2007, 2(3): 283-287.
- [95] CAO Y Y, GUO Z P, XIONG S M. China Foundry[J], 2014, 11(4): 314-321.
- [96] GUO Z P, XIONG S M, CAO S H. Materials Science Forum[J], 2007, 561-565: 1007-1010.
- [97] GUO Z P, XIONG S M, LIU B C, *et al.* International Journal of Heat & Mass Transfer[J], 2008, 51(25/26): 6032-6038.
- [98] BERTELLI F, FARIA J D, GOULART P R, *et al.* Applied Thermal Engineering[J], 2016, 96(5): 454-462.